4. Универсальные коэффициенты (3 марта)

1. Вычислите группы когомологий двумерных поверхностей с коэффициентами $\mathbb{Z}$.

2. Вычислите группы когомологий двумерных поверхностей с коэффициентами $\mathbb{Z}_p$, $p \neq 2$.

3. Докажите, что группа $H^1(X;\mathbb{Z})$ не имеет кручения.

4. Пусть $H_i(X;\mathbb{Z}) = \mathbb{Z}^{n_i} \oplus T_i$ и $H^i(X;\mathbb{Z}) = \mathbb{Z}^{m_i} \oplus T^i$, где T_i и T^i — конечные группы. Докажите, что $m_i = n_i$ и $T^i \cong T_{i-1}$.

5. Вычислите группы гомологий и когомологий линзы $L(p,q)$ с коэффициентами $\mathbb{Z}_p$.