НМУ, 2 курс, дифференциальная геометрия. Листок 12.
Характеристические классы II. 24.04.2007.

Задача 1. Пусть ξ комплексное расслоение. Как классы Чженя двойственного расслоения $c_i(\xi^*)$ выражаются через классы Чженя $c_i(\xi)$?

Задача 2. Пусть η вещественное расслоение. Как классы Понтрягина двойственного расслоения $p_i(\eta^*)$ выражаются через классы Понтрягина $p_i(\eta)$?

Задача 3. Пусть ξ комплексное расслоение, $\mathrm{rk}\,\xi = k$, а $S^2\xi \subset \xi \otimes \xi$ его симметрический квадрат. Найдите $c_1(S^2\xi)$.

Задача 4. Пусть γ^1 универсальное (тавтологическое) расслоение над $\mathbb{C}P^1$. Найти его первый класс Чженя $c_1(\gamma^1)$ и число Чженя $\langle c_1(\gamma^1), [\mathbb{C}P^1]\rangle$.

Задача 5. Найдите класс Чженя касательного расслоения $T\mathbb{C}P^1$ и число Чженя $\langle c_1(T\mathbb{C}P^1), [\mathbb{C}P^1]\rangle$.

Указание. Класс Чженя касательного расслоения можно легко найти с помощью задач 1, 4 и формулы Уитни.

Задача 6. Докажите, что если многообразие M является границей некоторого многообразия W, то все числа Понтрягина M равны нулю.

Указание. Вспомните о функториальности классов Понтрягина и используйте теорему Стокса.

Задача 7*. Докажите, что $\mathbb{CP}^2$ не может быть краем какого-либо многообразия.