Алгебра 2-4

1. Пусть G – группа, H и N – нормальные подгруппы G, причем G/H – проста. Докажите что $G/N \cong H/(H \cap N)$ и $G/H \cong N/(H \cap N)$.

Последующий цикл задач суть решение задачи 10. Рекомендую решать по порядку. Символ p (и с индексами) означает простое число.

2. Докажите что группа порядка np, $n < p$ непроста.

3. Докажите что группы порядка а)56, б)30 непросты.

4. Пусть G – группа порядка Np^k, $(N, p) = 1$. Докажите что число силовских p-подгрупп делит N.

5. Докажите что группа порядка $p_1 p_2^k$, $p_1 < p_2$ непроста.

6. Докажите что группы порядка а)40, б)45 непросты.

7. Пусть G – группа порядка Np^k, $k > 0$. Пусть H – подгруппа порядка p^j, $j < k$. Докажите что число силовских p-подгрупп содержащих H сравнимо с 1 по модулю p.

8. Докажите что группа порядка $2^k \times 3$ не проста.

9. Докажите что группа порядка 36 не проста.

10. Перечислите все простые группы порядка < 60.