Алгебра 2-7

1. Постройте композиционный ряд для группы $\mathfrak{S}_4$.

2. Найдите отвечающие членам ряда из предыдущей задачи подполя поля разложения $\mathbb{C}(t_1, \cdots, t_4)$ многочлена $x^4 - \sigma_1(t_1, \cdots, t_4)t^3 + \sigma_2(t_1, \cdots, t_4)t^2 - \sigma_3(t_1, \cdots, t_4)t + \sigma_4(t_1, \cdots, t_4)$ четвертой степени

3. Опишите процедуру выражения корня многочлена четвертой степени в радикалах.

Немного конечной характеристики $= p$, $q = p^f$

4. Докажите что многочлен $X^p - t$ над полем рациональных функций $\mathbb{F}_q(t)$ неразложим. С другой стороны его корень кратный.

5. Рассмотрим отображение $x \to \wp(x) = x^p - x$. Докажите что это $\mathbb{F}_p$-линейное отображение. Найдите его ядро.

6. Пусть a не принадлежит $\wp(F)$. Найдите поле разложения многочлена $\wp(x) - a$. Докажите что этот многочлен неразложим и вычислите его группу Галуа.

7. Найдите норму и след элемента α в поле $\mathbb{Q}[\alpha]$, где α равно а) $\sqrt[99]{2}$ б) $\sqrt[37]{1}$

8. Найдите сигнатуру квадратичной формы $\mathrm{tr}x^2$ для поля $\mathbb{Q}[\alpha]$ где α равно а)$\sqrt{-1}$, б)$\sqrt[3]{2}$, в)$\sqrt{1+\sqrt{2}}$, г)$\sqrt{2+\sqrt{2}}$.