Математический анализ, 2 семестр, 1 курс, 2008 год

Листок 3, 27.02.2008

1. Найти локальные экстремумы $x - y^2$ на кривой $x^2 + y^3 = 0$.

2. Найти дифференциал неявного отображения $(x, y) \mapsto z$, заданного уравнением $(e^x + \ln y)\cos z - xz\sin(xy) + yz^2$, в точке $(\ln 2, \frac{\pi}{\ln 2}, 2)$

3. Докажите, что для любой пары чисел и любой точки на графике гладкой функции от двух аргументов существует кривая, представляющая вектор с такими компонентами.

4. Найти касательные векторы к поверхности $z = \sin x \sin y$ в точке $x = \frac{\pi}{6}, y = \frac{\pi}{4}$ с проекциями $(2, 0)$ и $(3, 1)$ на плоскость (x, y). Сложить их и построить представляющие кривые для всех трёх векторов.

5. Обязательно ли у выпуклой в области функции есть дифференциал хотя бы в одной точке?

6. Вычислите $\int\limits_0^1 y(x)dx$, где $y^3 + \frac{\sqrt{x}}{2} = 5$.

7. а) Задайте тор вращения (ось симметрии — Oz) в $\mathbb{R}^3$ уравнением (радиусы тора выберите сами так, чтобы коэффициенты были проще).

б)Докажите, что его можно покрыть графиками отображений вида $x, y \mapsto z$, $z, x \mapsto y$, $y, z \mapsto x$.

в)Какое минимальное число графиков для этого нужно?