03.04.08

Листок №8. Экспоненциальное отображение

0. Докажите, что для трехмерного многообразия тензор Риччи полностью определяет тензор кривизны.

1. Докажите, что экспоненциальное отображение задает диффеоморфизм касательного пространства на некоторую окрестность соответствующей точки.

2. Докажите, что риманово многообразие локально изометрично $\mathbb{R}^n$ тогда и только тогда, когда тензор кривизны обращается в ноль.

3. Докажите, что в координатах из задачи 1 метрика принимает вид

$$g_{ij} = \delta_{ij} + \frac{1}{3} R_{iklj} x^k x^j + o(|x|^2).$$