Характеры представлений

Задача 1. Пусть D_n — группа самосовмещений правильного n-угольника в $\mathbb{R}^2$.

a) Задайте D_n образующими и соотношениями и вычислите количество элементов в ней.

b) Найдите $[D_n, D_n]$, опишите одномерные комплексные представления D_n.

c) Какие существуют двумерные комплексные представления D_n? Какие из них неприводимы?

d) Докажите, что неприводимые комплексные представления D_n не более, чем двумерны. *Подсказка: Проверьте, что все неприводимые представления уже перечислены.*

e) Вычислите характеры этих представлений и разложите тензорные произведения в прямую сумму неприводимых представлений.

Задача 2.

a) Найдите все конечномерные неприводимые комплексные представления группы, образованной элементами ± 1, $\pm i$, $\pm j$ $\pm k$ в $\mathbb{H}$.

b) Вычислите характеры этих представлений и разложите тензорные произведения в прямую сумму неприводимых представлений. Сравните результат с D_4.

Задача 3. Проделайте аналогичное вычисление для следующих групп:

a) A_4,

b) S_4.