Ключевые понятия и утверждения

Расширение поля, конечное расширение, степень расширения, присоединение корня многочлена. Алгебраический элемент, алгебраическое расширение. Подполе алгебраических элементов, алгебраическое замыкание (существование и единственность). Поле разложения многочлена. Конечные поля, вложение конечных полей, автоморфизм Фробениуса.

Сепарабельный элемент, подполе сепарабельных элементов, сепарабельное расширение. Лемма о примитивном элементе. Нормальное расширение. Группа Галуа. Основная теорема теории Галуа (соответствие подгрупп и подполей).

Круговое поле, многочлен деления круга. Радикальные расширения, критерий разрешимости алгебраического уравнения в радикалах. Решение уравнений 2-4 степени. Пример неразрешимого уравнения 5 степени.

Целые алгебраические числа, критерии целости. Кольцо целых алгебраических чисел. Идеалы в кольце целых, дробные идеалы. Разложение идеала в произведение простых идеалов.

Линейные представления групп. Неприводимые и неразложимые представления. Теорема Машке. Отображение представлений. Лемма Шура. Разложение регулярного представления. Сплетающие операторы регулярного представления. Групповая алгебра, строение групповой алгебры для алгебраически замнутого поля.

Комплексные представления конечных групп. Унитаризуемость. Ортонормированность характеров. Количество неприводимых комплексных представлений равно количеству классов сопряжённости. Размерности неприводимых комплексных представлений делят порядок группы.

Вещественные представления конечных групп. Ортогонализуемость. Комплексификация.

Представления симметрических групп. Проектор Юнга. Классификация тензоров.

Ассоциативные алгебры. Примеры: матричные алгебры, алгебры Клиффорда. Алгебры с делением, классификация над полем $\mathbb{R}$. Полупростые алгебры. Теорема Веддерберна. Простые алгебры, их строение. Центральные простые алгебры. Группа Брауэра. Вычисление для алгебраически замкнутого поля, $\mathbb{R}$ и конечного поля.

Литература

1) Б. Л. Ван дер Варден, Алгебра;
2) Г. Вейль, Инварианты и представления классических групп;
3) Э. Б. Винберг, Курс алгебры;
4) С. Ленг, Алгебра;
5) С. Ленг, Алгебраические числа;
6) Р .Пирс, Ассоциативные алгебры;
7) М. М. Постников, Теория Галуа;
8) Ж.-П. Серр, Линейные представления конечных групп.