Задачи по алгебрам Ли – 1

1. Найдите все конечномерные алгебры Ли с **а)** одномерным коммутантом; **б)** центром, имеющим коразмерность не больше 2.
2. Найдите все дифференцирования **а)** двумерной неабелевой алгебры Ли; **б*)** $\mathfrak{sl}_2(\mathbb{C})$; **в)** алгебры Гейзенберга.
3. Докажите, что алгебра Ли **а)** $\mathfrak{sl}_2(\mathbb{C})$; **б)** $\mathfrak{sl}_n(\mathbb{C})$ проста.
4. Найдите алгебру Ли дифференцирований кольца **а)** $\mathbb{C}[z]$; **б)** $\mathbb{C}[z, z^{-1}]$. Найдите все идеалы в этих алгебрах Ли.
5. **а)** Укажите точное конечномерное представление алгебры Гейзенберга. **б)** Докажите, что у алгебры Гейзенберга нет неприводимых точных конечномерных представлений, **в)** зато есть точные неприводимые *бесконечномерные* представления.