Топология, 4 семестр, 2008/09 уч.г.

Листок №12, 5 мая 2009 года.

1. Докажите, что если $\mathbb{RP}^n$ параллелизуемо, то $n = 2^k - 1$ для некоторого k.

2. Пусть $n + 1 = 2^r m$, где m нечётно. Докажите, что на $\mathbb{RP}^n$ не существует 2^r всюду линейно независимых векторных полей.

3. Пусть M – многообразие размерности n. Положим $\overline{w}(M) = \frac{1}{w(TM)}$. Докажите, что если $\overline{w}_k(M) \neq 0$, то многообразие M не может быть погружено в $\mathbb{R}^N$ для $N < n + k$.

4. Докажите, что $\mathbb{RP}^{2^k}$ не может быть погружено в $\mathbb{R}^N$ для $N \leq 2^{k+1} - 2$.

5. Пусть n-мерное замкнутое многообразие M вложено в $\mathbb{R}^{n+1}$. Докажите, что $w_i(TM) = 0$ для любого $i \geq 1$.

6. Пусть n-мерное многообразие M погружено в $\mathbb{R}^{n+1}$. Докажите, что $w_i(TM) = w_1(TM)^i$.

7. Докажите, что если $\mathbb{RP}^n$ можно погрузить в $\mathbb{R}^{n+1}$, то число n должно иметь вид $2^r - 1$ или $2^r - 2$.

8. Доказать, что следующие многообразия не допускают поля касательных двумерных плоскостей а) $\mathbb{RP}^4$; б) $\mathbb{RP}^6$.