Топология, 4 семестр, 2008/09 уч.г.

Листок № 6, 24 марта 2009 года.

1. Приведите пример расслоения, прямое применение к которому спектральной последовательности расслоения даёт неверный результат.

2. Найдите $H_*(V_{2,n}^{\mathbb{C}})$.

3. Найдите $H_*(SU(3)/SO(3); \mathbb{Q})$.

4. Вычислите $H_*(\mathbb{CP}^n)$, пользуясь спектральной последовательностью расслоения $S^{2n+1} \to \mathbb{CP}^n$.

5. Пусть $E \to B$ – гомологически простое расслоение, база B и слой F которого являются конечными клеточными пространствами. Докажите, что $\chi(E) = \chi(B)\chi(F)$.

6. Пусть M – замкнутое ориентируемое многообразие размерности n. Через STM обозначим многообразие, состоящее из касательных векторов единичной длины к многообразию M.

   (a) Докажите, что расслоение $STM \to M$ гомологически просто.

   (b) Найдите дифференциал $d_{n,0}^n$ (Воспользуйтесь теоремой о сумме индексов особых точек векторного поля на многообразии).

   (c) Найдите гомологии многообразия STM, зная гомологии многообразия M.

7. (Последовательность Гизина) Пусть $E \to B$ – гомологически простое расслоение со слоем S^n. Постройте точную последовательность

$$\ldots \to H_{m-n}(B) \to H_m(E) \to H_m(B) \to H_{m-n-1}(B) \to \ldots$$

8. (Последовательность Вана) Пусть $E \to S^n, n \geq 2$ – расслоение со слоем F. Постройте точную последовательность

$$\ldots \to H_m(F) \to H_m(E) \to H_{m-n}(F) \to H_{m-1}(F) \to \ldots$$