**Топология, 4 семестр, 2008/09 уч.г.**

Листок № 9, 14 апреля 2009 года.

1. Пусть $\xi = (E, B, F, p)$ – гомологически простое расслоение со связной базой и $i\colon F \hookrightarrow E$ – включение слоя. Рассмотрим отображение $i^*\colon H^n(E) \to H^n(F)$. Пусть $E_r^{p,q}$ – когомологическая спектральная последовательность расслоения $\xi$. Ясно, что группа $E_\infty^{0,n}$ является подгруппой группы $E_2^{0,n} = H^n(F)$. Докажите, что
$$E_\infty^{0,n} = Im\, i^*.$$

2. Пусть $\xi = (E, B, F, p)$ – гомологически простое расслоение и $i\colon F \hookrightarrow E$ – включение слоя. Пусть группа $H^*(F)$ свободна. Докажите, что когомологическая спектральная последовательность расслоения $\xi$ вырождается во втором члене тогда и только тогда когда отображение $i^*\colon H^*(E) \to H^*(F)$ сюръективно.

3. Пусть $\xi = (E, B, F, p)$ – гомологически простое расслоение со связным слоем. Рассмотрим отображение $p^*\colon H^n(B) \to H^n(E)$. Пусть $E_r^{p,q}$ – когомологическая спектральная последовательность расслоения $\xi$. Ясно, что группа $E_\infty^{n,0}$ является подгруппой группы $H^n(E)$. Докажите, что
$$E_\infty^{n,0} = Im\, p^*.$$

4. Пусть $\xi = (E, B, F, p)$ и $\xi' = (E', B', F', p')$ – гомологически простые расслоения и $f\colon E \to E'$ – послойное отображение. Пусть $(f^*)_r^{p,q}\colon {}'E_r^{p,q} \to E_r^{p,q}$ – индуцируемое им отображение когомологических спектральных последовательностей расслоений $\xi'$ и $\xi$.
   (a) Пусть отображение $(f^*)_\infty$ сюръективно. Верно ли, что отображение $f^*\colon H^*(E') \to H^*(E)$ сюръективно?
   (b) Пусть отображение $f^*\colon H^*(E') \to H^*(E)$ сюръективно. Верно ли, что отображение $(f^*)_\infty$ сюръективно?

5. Вычислите кольцо когомологий де Рама $H^*(SU(n)/\,SO(n); \mathbb{R})$ для а) $n = 2$; б) $n = 3$; в) $n = 4$; г)$^*$ $n \geq 5$ и $n$ нечётно; д)$^*$ $n \geq 6$ и $n$ чётно.