Экзамен по топологии, II курс, весна 2009

1. Какие значения может принимать степень отображения n-мерной сферы в n-мерный тор?

2. Вычислить гомотопические группы π_1, π_2 и π_3 букета $S^3 \vee \mathbb{C}P^2$.

3. Доказать непосредственно (без ссылки на теорему Уайтхеда), что бесконечномерная сфера S^∞ стягиваема.

4. Доказать, что все гомотопические группы пространств $S^3 \times \mathbb{R}P^2$ и $S^2 \times \mathbb{R}P^3$ совпадают, но, тем не менее, эти пространства не гомеоморфны.

5. Вычислить группы гомологий с целыми коэффициентами многообразия $ST\mathbb{C}P^2$ единичных касательных векторов к комплексной проективной плоскости.

6. Вычислить кольцо когомологий специальной ортогональной группы $SO(4, \mathbb{R})$ с коэффициентами в $\mathbb{Z}_2$.

7. Докажите, что $\mathbb{R}P^4$ нельзя вложить в $\mathbb{R}^7$.

8. а) Описать циклы, двойственные по Пуанкаре классам Штифеля–Уитни универсального расслоения над грассманианом $G_2(\mathbb{R}^4)$.

   б) Описать циклы, двойственные по Пуанкаре классам Штифеля–Уитни касательного расслоения к грассманиану $G_2(\mathbb{R}^4)$.

   в) Вычислить числа Штифеля–Уитни грассманиана $G_2(\mathbb{R}^4)$.