Комплексные поверхности 9: потоки на многообразиях

Задача 9.1. Докажите, что топология C^k на $C^\infty M$ не зависит от выбора метрики на M.

Задача 9.2. Докажите, что слабая топология на обобщенных функциях локально выпукла.

Задача 9.3. Докажите, что пространство потоков – это пополнение $\Lambda^{p,q}(M)$ в слабейшей топологии, в которой спаривание с пространством тест-форм непрерывно.

Задача 9.4. Пусть η – положительный поток на компактном комплексном многообразии M, ω – эрмитова форма, а $\int_M \eta\wedge\omega = 0$. Докажите, что $\eta = 0$.

Задача 9.5. Напомним, что аффинная функция на векторном пространстве – это сумма линейного функционала и постоянного отображения. Пусть даны два выпуклых, открытых, непересекающихся подмножества A, B в топологическом векторном пространстве V. Докажите, что найдется непрерывная аффинная функция на V, строго положительная на одном из них, и строго отрицательная на другом.

Задача 9.6. В условиях предыдущей задачи, пусть A, B - непересекающиеся *замкнутые* выпуклые подмножества. Всегда ли найдется непрерывная аффинная функция μ на V, строго положительная на одном из них, и строго отрицательная на другом?