

Домашний экзамен за второй семестр

Задача 1. а) Определите все неизоморфные квадратичные расширения поля \mathbb{Q}_p .

б) Определите все различные кубические расширения поля \mathbb{Q}_7 .

Задача 2. Пусть C/K — кривая рода один над совершенным полем. Докажите, что существует единственная эллиптическая кривая E/K такая, что C — однородное пространство для E .

Задача 3. Пусть E/\mathbb{F}_q — эллиптическая кривая. Найдите группу $WC(E/\mathbb{F}_q)$.

Задача 4. Найдите образующие группы $E(\mathbb{Q})$ для эллиптической кривой $y^2 = x^3 + 9x^2 - x$.

Задача 5. Используя теорию главных однородных пространств, докажите, что на уравнение $3x^3 + 4y^3 + 5z^3 = 0$ не имеет рациональных решений.

Задача 6. Какие простые представляются в виде $p = x^2 + 23y^2$, $x, y \in \mathbb{Z}$?