

Определение 1. Замыканием подмножества A топологического пространства X называется пересечение всех замкнутых подмножеств пространства X , содержащих A . Обозначение: \bar{A} . Внутренностью подмножества A топологического пространства X называется объединение всех открытых подмножеств пространства X , содержащихся в A . Обозначение: $Int(A)$.

Задача 1. Пусть A и B подмножества топологического пространства X . Верно ли, что а) $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cup \bar{B}$; б) $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cap \bar{B}$; в) $Int(A) \cap Int(B) = Int(A \cap B)$; г) $Int(A) \cup Int(B) = Int(A \cup B)$?

Задача 2. Докажите, что сфера S^n линейно связна при $n > 0$.

Задача 3. Докажите, что букет из k окружностей не гомеоморфен букету из l окружностей, при $k \neq l$.

Задача 4. Опишите все непрерывные функции (отображения в \mathbb{R}) на факторе \mathbb{R} по отношению эквивалентности $x \sim 2x$.

Задача 5. Докажите, что окружность $S^1 = \{(x, y) | x^2 + y^2 = 1\}$ гомеоморфна $[0, 1]/0 \sim 1$.

Задача 6. Какое пространство получается из \mathbb{R} при факторизации по отношению эквивалентности $x \sim x + 1$?

Задача 7. Какое пространство получается из \mathbb{R} при факторизации по отношению эквивалентности $x \sim -x$?

Задача 8. Докажите, что $\mathbb{R}P^1$ гомеоморфно окружности.

Задача 9. Докажите, что $\mathbb{C}P^1$ гомеоморфно сфере S^2 .

Задача 10. Докажите, что $\mathbb{R}P^2$, определенное как $S^2/x \sim -x$, гомеоморфно замкнутому двумерному диску, у которого отождествлены противоположные точки границы.

Задача 11. Докажите, что дополнение в $\mathbb{R}P^2$ до точки гомеоморфно открытому листу Мебиуса.