

## Экзамен по спецкурсу «Узлы и трёхмерные многообразия»

**Задача 1.** Докажите, что шар с одной неориентируемо приклеенной ручкой и  $n$  ориентируемо приклеенными ручками гомеоморфен шару с  $n + 1$  неориентируемо приклеенной ручкой.

**Задача 2.** Докажите, что из двух полоторий можно склеить только одно замкнутое неориентируемое трёхмерное многообразие рода 1: неориентируемое расслоение сфер над окружностью.

**Задача 3.** а) Докажите, что если многообразие  $M$  накрыто неприводимым многообразием  $\tilde{M}$ , то оно само неприводимо.

б) Верно ли, что если многообразие  $M$  накрыто простым многообразием  $\tilde{M}$ , то оно само простое?

**Задача 4.** Докажите, что узел трилистник простой.

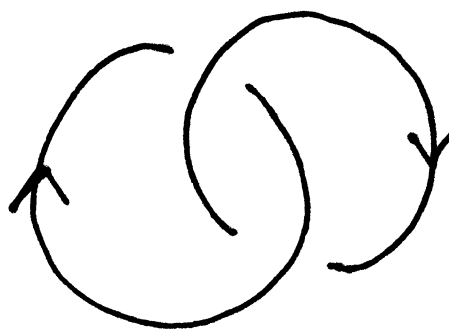
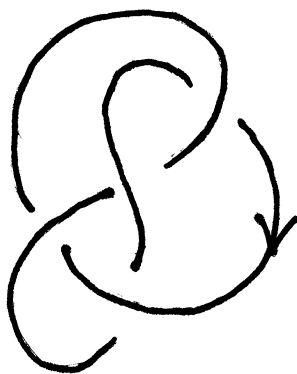
**Задача 5.** Докажите, что любой торический узел является простым.

**Задача 6.** Докажите, что любой узел с двумя мостами простой.

**Задача 7.** Представьте как замыкание косы узел



**Задача 8.** Вычислите полином Джонса узла и зацепления



**Задача 9.** Нарисуйте диаграмму Хегора гомологической сферы Пуанкаре. (Гомологическая сфера Пуанкаре получается отождествлением противоположных граней додекаэдра, поворачивая их на  $36^\circ$  в положительном направлении.)

**Задача 10.** Найдите базис пространства  $\Delta_4$  (пространства хордовых диаграмм с 4 хордами, профакторизованного по обобщённому одночленному и по четырёхчленному соотношению).

Для сдачи экзамена не обязательно решить все задачи.