Листок 6

1. Частица движется по клеткам бесконечной доски (начиная в $0, 0$) равновероятно смещаясь вверх или вправо. Какова вероятность прохождения через клетку $m+n, m+n$ при условии прохождения клетки n, n (рассмотрите оба знака m)? Растёт ли она с ростом n?

2. Существует ли последовательность одинаково распределённых попарно независимых ограниченных случайных величин со средним 0, такой что распределение среднего первых n из этих величин, умноженного на $\sqrt{n}$ (как в ЦПТ):

а) не стремится к нормальному?

б) стремится к равномерному на некотором отрезке?

Обратите внимания, что независимости в совокупности не требуется.

3. Пусть у двух независимых случайных величин есть среднее, но бесконечная дисперсия. Докажите, что у их суммы бесконечная дисперсия.

4. Пусть у последовательности независимых одинаково распределённых случайных величин есть среднее, но бесконечная дисперсия.

а) Докажите, что у среднего первых n величин, умноженного на $\sqrt{n}$, бесконечная дисперсия.

б) Верно ли, что у среднего первых n величин бесконечная дисперсия?

5. Растёт ли или падает (как функция от условия) математическое ожидание количества осадков за следующий период при условии количества осадков за текущий период при росте числа осадков в текущем периоде, если период равен минуте? Если период равен трём месяцам?

6. Пусть имеется большое n подбрасываний симметричной монеты. Какое примерно ожидание модуля отклонения числа выпадений орла от $\frac{n}{2}$?

7. Пусть отличник правильно решает задачу с вероятностью 0.9, а двоечник - с вероятностью 0.3.

Сколько минимум таких задач надо дать на зачёте и сколько из них требовать для сдачи зачёта, чтобы отличник не сдал зачёт с вероятностью не больше 0.001, а двоечник сдал зачёт с вероятностью не больше 0.1?