

# Экзамен по курсу КТП II

( Сканы/фото решений экзамена принимаются до: 15.07.14  
на e-mail: grigory@princeton.edu )

**Задача 1:**<sup>1</sup> Рассмотрите безмассовую теорию  $\phi^3$  в Евклидовом пространстве в 6 измерениях:

$$S = \int d^6x \left( \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi)^2 + \frac{\lambda}{3!} \phi^3 \right).$$

(а). Вычислите  $\Gamma^{(2)}(p)$  и  $\Gamma^{(3)}(p_1, p_2, p_3)$  в одной петле, используя стандартные ренормализационные условия с масштабом  $\mu$  (см. Листки из курса КТП I). Используйте размерную регуляризацию, работая в  $d = 6 - \epsilon$  измерениях.

(б). Напишите уравнения Каллана-Симанчика и найдите бета функцию  $\beta(\lambda)$  и аномальную размерность  $\gamma(\lambda)$  в первой петле.

(в). Найдите решение для эффективной константы связи  $\bar{\lambda}(p; \lambda)$ , с граничным условием  $\bar{\lambda}(\mu, \lambda) = \lambda$ , где  $p = \sqrt{p_\mu p^\mu}$ .

(г). Используйте эти результаты и уравнение Каллана-Симанчика, чтобы найти поведение двух-точечной функции  $G^{(2)}(p, \lambda)$  на больших импульсах  $p \gg \mu$ .

**Задача 2:**<sup>2</sup> Рассмотрите безмассовую теорию в  $d$ -мерном Евклидовом пространстве с действием

$$S = \int d^d x \left( \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N (\partial_\mu \phi^i)^2 + \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma)^2 + \frac{\lambda}{2} \sigma \sum_{i=1}^N \phi^i \phi^i + \frac{g}{3!} \sigma^3 \right),$$

где  $\sigma$  и  $\phi^i$  набор скалярных полей с  $i = 1, \dots, N$ .

(а). Найдите бета функции  $\beta_\lambda(\lambda, g)$  и  $\beta_g(\lambda, g)$ , а также аномальные размерности  $\gamma_\lambda(\lambda, g)$  и  $\gamma_g(\lambda, g)$  в одной петле, работая в пространстве  $d = 6 - \epsilon$ .

(б). Найдите константы связи  $\lambda^*$  и  $g^*$  в фиксированной точке Вильсона-Фишера в пределе больших  $N$ . Вычислите первую поправку по  $1/N$ .

(в). Численно исследуйте стабильность фиксированных точек для любых  $N$ . При каких  $N$  существует стабильная фиксированная точка с действительными  $\lambda^*$  и  $g^*$ ?

(г). Найдите полные аномальные размерности полей  $\phi^i$  и  $\sigma$ :  $\Delta_\phi = \frac{d}{2} - 1 + \gamma_\phi$  и  $\Delta_\sigma = \frac{d}{2} - 1 + \gamma_\sigma$  в фиксированной точке при больших  $N$ .

(д). Найдите матрицу аномальных размерностей  $\gamma^{\alpha\beta}$  ( $\alpha, \beta = 1, 2$ ) операторов  $O_1 = \frac{\phi^i \phi^i}{\sqrt{N}}$  и  $O_2 = \sigma^2$  в первой петле. Данные операторы будут смешиваться (см. например Пексин-Шредер формула (18.53)). Найдите собственные значения матрицы  $\gamma^{\alpha\beta}$  в пределе больших  $N$ .

**Задача 3:** Пескин-Шредер, задача 12.3.

**Задача 4:** Пескин-Шредер, задача 13.1.

**Задача 5:** Пескин-Шредер, задача 13.2.

<sup>1</sup>Данная задача предлагалась на письменном экзамене в университете Принстона по курсу КТП 2.

<sup>2</sup>Данная задача была рассмотрена в маленькой части недавней статьи, название которой будет сообщено в решении к экзамену. Целью данной статьи являлось изучение пятимерной фиксированной точки.