

Топология-1, семинар 2, 16.02.2015.

Задача 1. Докажите, что $\Sigma S^n \cong S^{n+1}$, $S^k * S^l \cong S^{k+l+1}$ и $S^k \wedge S^l \cong S^{k+l}$.

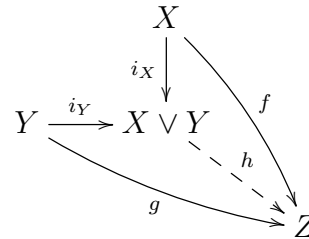
Задача 2. Докажите, что пространство \mathbb{R}^n стягиваемо, а $\mathbb{R}^n \setminus \mathbf{0}$ гомотопически эквивалентно сфере S^{n-1} .

Задача 3. Докажите, что линейно связное пространство связно. Приведите пример связного, но не линейно связного пространства.

Задача 4. Пусть Γ – связный граф с числом вершин v и числом ребер e . Докажите, что Γ гомотопически эквивалентен букету $(e - v + 1)$ окружностей.

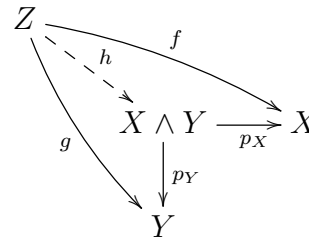
Задача 5. Пусть X – дополнение к трем координатным осям в \mathbb{R}^3 . Докажите, что X гомотопически эквивалентно букету окружностей и найдите число окружностей в букете.

Задача 6. Докажите, что букет является копроизведением в категории пространств с отмеченными точками, т.е. для него имеет место универсальное свойство



где все стрелки являются отображениями пространств с отмеченными точками.

Задача 7. Докажите, что приведённое произведение является произведением в категории пространств с отмеченными точками, т.е. имеет место универсальное свойство



где все стрелки являются отображениями пространств с отмеченными точками.

Задача 8. Докажите, что надстройка над тором $S^1 \times S^1$ гомотопически эквивалентна букету сфер и опишите этот букет.

Задача 9. Пусть X – дополнение к трем координатным осям в \mathbb{C}^3 . Докажите, что X гомотопически эквивалентно букету сфер $S^3 \vee S^3 \vee S^3 \vee S^4 \vee S^4$.