

Топологические конструкции

Задача 3.1. а) $D^n / \partial D^n \cong S^n$. б) $D^n \times D^m \cong D^{n+m}$; в) $C(S^n) \cong D^{n+1}$; г) $\Sigma S^n \cong S^{n+1}$.

Задача 3.2. Три следующих пространства гомеоморфны: (1) прямые в \mathbb{R}^{n+1} , проходящие через начало координат; (2) S^n с отождествленными противоположными точками; (3) D^n с отождествленными противоположными точками на границе.

Задача 3.3. Пусть X, Y — компактные топологические пространства докажите, что
а) $X \times Y$; б) ΣX ; в) $X * Y$ компактны.

Задача 3.4. а) $C(X) \cong X * \{0\}$, $\Sigma X \cong X * \{0, 1\}$; б) $S^n * S^m \cong S^{m+n+1}$.

Задача 3.5. а) $S^3 \setminus S^1 \cong \mathbb{R}^2 \times S^1$; б) $S^{n+m-1} \setminus S^{n-1} \cong \mathbb{R}^n \times S^{m-1}$.

Задача 3.6. Любой (конечный) связный граф содержит остовное поддерево.

Задача 3.7*. Граф K_{33} нельзя вложить в плоскость.
(Теоремой Жордана при решении этой задачи можно пользоваться без доказательства.)

Задача 3.8. а) Конечный CW -комплекс компактен.
б) Верно ли это для бесконечных CW -комплексов?

Задача 3.9. Введите структуру CW -комплекса на
а) S^n б) \mathbb{T}^2 в) $\mathbb{R}P^n$ г) $\mathbb{C}P^n$ д*) $Gr_{k,n}(\mathbb{R})$ (множество k -мерных подпространств \mathbb{R}^n).

Задача 3.10. Верно ли, что для произвольных CW -пространств а) $X * Y \cong Y * X$;
б) $(X * Y) * Z \cong X * (Y * Z)$; в) $C(X * Y) \cong C(X) * Y$; г) $\Sigma(X * Y) \cong \Sigma X * Y$;
д) $C(C(X)) \cong \Sigma X$?