

1. Для каждого $\alpha > 0$ найти замыкание в \mathbb{C}^2 множества (z, z^α) , где $z \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$.
- 2. Вычислить род римановой поверхности, заданной в $\mathbb{C}\mathbb{P}^1 \times \mathbb{C}\mathbb{P}^1$ следующим уравнением: $w = \sqrt{z} + \sqrt{z(1-z)}$; $w = (1 + \sqrt{z})(1 + \sqrt[4]{z})$; $w = \sqrt{1 - \sqrt{z}}$; $w^m + z^n = 1$ при всех $n, m \in \mathbb{N}$.
- 3. Ввести голоморфный атлас для римановой поверхности, заданной в $\mathbb{C}\mathbb{P}^1 \times \mathbb{C}\mathbb{P}^1$ следующим уравнением: $w^2 = z^3$; $w^3 = z^2 + 1$; $w = \sqrt{1 - \sqrt[3]{z^2}}$.
4. Доказать, что риманова поверхность ПАФ $\sqrt[n]{z}$, $n \in \mathbb{N}$, дополненная точками 0 и ∞ , гомеоморфна двумерной сфере.
5. Доказать, что риманова поверхность ПАФ $\ln z$, дополненная точками 0 и ∞ , гомеоморфна цилиндру.
- 6. Доказать, что любая ограниченная (многозначная) аналитическая функция в области $\mathbb{C} \setminus \{0\}$ — константа.
- 7. Доказать, что любая голоморфная функция на компактной римановой поверхности постоянна.
8. Пусть $P(z)$ — полином с простыми нулями. Рассмотрим риманову поверхность \mathfrak{R} , заданную в $\mathbb{C}_{z,w}^2$ уравнением $w^2 = P(z)$. Показать, что f — голоморфная функция на \mathfrak{R} тогда и только тогда, когда $f = h_0(z) + h_1(z)w$, где h_0, h_1 — функции, голоморфные в \mathbb{C} .