

Гомологии (анонс)

▷ *Гомологии* являются функтором из гомотопической категории (объекты — топологические пространства, морфизмы — классы гомотопии непрерывных отображений) в категорию градуированных абелевых групп.

Задача 1.1. Гомотопически эквивалентные пространства имеют изоморфные гомологии.

Задача 1.2. Гомологии любого пространства содержат гомологии точки в качестве прямого слагаемого.

▷ При решении дальнейших задач можно также пользоваться тем, что $H_0(pt) \cong \mathbb{Z}$ и $H_n(pt) = 0$ при $n \neq 0$;
 $H_0(S^m) \cong \mathbb{Z} \cong H_m(S^m)$ и $H_n(S^m) = 0$ при $n \neq m, 0$ ($m > 0$).

Задача 1.3. Тожественное отображение S^n в себя не гомотопно постоянному.

Задача 1.4. Выведите из того, что $H_1(S^1 \times S^1) \cong \mathbb{Z}^2$, то, что не существует ретракции полнотория на его границу.

Задача 1.5. Ни у какого отображения $\pi: S^N \rightarrow S^n$ ($N \neq n$) не существует *сечения* (отображения $s: S^n \rightarrow S^N$ такого, что $\pi \circ s = \text{Id}_{S^n}$).

Задача 1.6. Пространства \mathbb{R}^n и \mathbb{R}^m не гомеоморфны при $n \neq m$.