1. Для каждого $\alpha > 0$ найти замыкание в $\mathbb{C}^2$ множества (z, z^α), где $z \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$.

•2. Вычислить род римановой поверхности, заданной в $\mathbb{CP}^1 \times \mathbb{CP}^1$ следующим уравнением: $w = \sqrt{z} + \sqrt{z(1-z)}$; $w = (1+\sqrt{z})(1+\sqrt[4]{z})$; $w = \sqrt{1-\sqrt{z}}$; $w^m + z^n = 1$ при всех $n, m \in \mathbb{N}$.

•3. а) Ввести голоморфный атлас для римановой поверхности, заданной в аффинной части $\mathbb{CP}^1 \times \mathbb{CP}^1$ следующим уравнением: $w^2 = z^3$; $w^3 = z^2 + 1$; $w = \sqrt{1 - \sqrt[3]{z^2}}$.

б) Ввести голоморфный атлас для римановой поверхности, заданной в аффинной части $\mathbb{CP}^2$ первыми двумя уравнениями из предыдущего пункта.

4. Доказать, что риманова поверхность ПАФ $\sqrt[n]{z}$, $n \in \mathbb{N}$, дополненная точками 0 и ∞, гомеоморфна двумерной сфере.

•5. Доказать, что любая ограниченная (многозначная) аналитическая функция в области $\mathbb{C} \setminus \{0\}$ — константа.

6. Доказать, что любая голоморфная функция на компактной римановой поверхности постоянна.

7. Пусть $P(z)$ — полином с простыми нулями. Рассмотрим риманову поверхность $\mathfrak{R}$, заданную в $\mathbb{C}^2_{z,w}$ уравнением $w^2 = P(z)$. Показать, что f — голоморфная функция на $\mathfrak{R}$ тогда и только тогда, когда $f = h_0(z) + h_1(z)w$, где h_0, h_1 — функции, голоморфные в $\mathbb{C}$.

•8. Решить в целых функциях уравнения а) $f^2 + g^2 \equiv 1$ б) $e^{f(z)} + e^{g(z)} \equiv 1$, в) $f(z)^n + g(z)^n \equiv e^z$.

9. Доказать, что функция ze^z не имеет исключительных пикаровских значений.

10. Пусть $f(z) = \int_0^z \exp(\zeta^2)\, d\zeta$, $z \in \mathbb{C}$. Проверить, что отображение $f\colon \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ голоморфно, сюръективно и локально обратимо, но некоторые элементы f^{-1} не допускают продолжения по некоторым путям в $\mathbb{C}$.