

ТОПОЛОГИЯ–3
ЛИСТОК 13: СПЕКТРАЛЬНАЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ И
ГОМОТОПИЧЕСКИЕ ГРУППЫ СФЕР

ЛЕКТОР: Т. Е. ПАНОВ

1. Докажите, что
 - а) $H^*(K(\mathbb{Z}, 2n); \mathbb{Q}) \cong \mathbb{Q}[v]$ — алгебра многочленов, $\deg v = 2n$;
 - б) $H^*(K(\mathbb{Z}, 2n + 1); \mathbb{Q}) \cong \Lambda_{\mathbb{Q}}[u]$ — внешняя алгебра, $\deg u = 2n + 1$.
2. Докажите, что если π — конечная группа, то $H^k(K(\pi, n); \mathbb{Q}) = 0$ при $k > 0$.
3. Вычислите $H^*(K(\mathbb{Z}_2, 2); \mathbb{Z})$ и $H^*(K(\mathbb{Z}_2, 3); \mathbb{Z})$ вплоть до размерности 6.
4. Вычислите $H_*(K(\mathbb{Z}_2, 4); \mathbb{Z})$ вплоть до размерности 6.
5. Вычислите $\pi_4(S^3)$ при помощи башни Уайтхеда.
6. Вычислите вторую стабильную гомотопическую группу сфер $\pi_2^s = \pi_6(S^4)$.
7. Пусть X — односвязное клеточное пространство. Докажите, что группы гомологий $H_q(X; \mathbb{Z})$ конечно порождены (конечны) для любого q , то и гомотопические группы $\pi_q(X)$ конечно порождены (конечны) для любого q . Верно ли это для не односвязных X ?