

ЛИСТОК 2. 17 ФЕВРАЛЯ 2020

Задача 1. Функция f голоморфна в области D , содержащей отрезок $[a, b]$. Докажите, что на отрезке найдутся точки c, d , такие что

$$f(a) - f(b) = (a - b)(\operatorname{Re}(f'(c)) + i\operatorname{Im}(f'(d))).$$

Задача 2. Докажите, что нули производной многочлена содержатся в выпуклой оболочке нулей самого многочлена.

Задача 3. Докажите, что голоморфная функция, вещественная часть которой постоянна, постоянна.

Задача 4. Рассмотрим путь (отображение отрезка) $t \mapsto a \cos(t) + ib \sin(t)$, $t \in [0, 2\pi]$. Вычислите прообраз формы dz/z на $[0, 2\pi]$ при этом отображении. Чему равен интеграл dz/z по этому пути?

Задача 5. Рассмотрим функцию f , голоморфную в круге радиуса R , пусть $r < R$. Доказать, что в круге радиуса r $(f(z + h) - f(z))/h$ сходится (при $h \rightarrow 0$) к $f'(z)$ равномерно по h (оба круга имеют общий центр).