

Листок 4.

Задача 1. Вычислить вычеты функции $\frac{e^{2iz}}{1+z^2}$, $\frac{e^{2iz}}{z(4+z^2)}$, $\operatorname{ctg} z$.

Задача 2. Вычислить с помощью вычетов интеграл $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{1+a \sin t}$.

Задача 3. Вычислить с помощью вычетов интеграл $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{1+x^4}$.

Задача 4. Вычислить с помощью вычетов интеграл $\int_0^{+\infty} \frac{\cos x dx}{1+x^2}$.

Задача 5. Вычислить с помощью вычетов интеграл $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^a(1+x)}$, $0 < a < 1$.

Задача 6. Вычислить с помощью вычетов интеграл $\int_0^{+\infty} \frac{\ln(x) dx}{(1+x)^3}$, $\int_0^{+\infty} \frac{\ln(x) dx}{(x^2-1)}$.

Задача 7. С помощью интегрирования формы $\pi \operatorname{ctg} \pi z \frac{dz}{z}$, домноженной на подходящую функцию, найти суммы рядов $\sum_{n \geq 1} \frac{1}{2+3n^2}$, $\sum_{n \geq 1} \frac{n^2}{2+3n^4}$.