

Задача 1. Верно ли, что для движения плоскости $g g^* \Delta = \Delta g^*$? А для голоморфного g ?

Задача 2. Найти размерность пространства гармонических многочленов на плоскости (x, y) степени не выше n .

Задача 3. Рассмотрим полуплоскость, на границе которой лежит отрезок. В этой (открытой) полуплоскости рассмотрим угол, под которым виден этот отрезок. Гармонична ли эта функция?

Задача 4. Построить ограниченную гармоническую внутри открытого единичного диска функцию непрерывную на границе кроме двух точек так, что на одной полуокружности она равна нулю, а на другой единице.

Задача 5. Доказать, что ограниченная гармоническая функция в открытой верхней полуплоскости, обращающаяся в ноль на вещественной оси, непрерывная в замкнутой верхней полуплоскости, единственна. Существенно ли условие ограниченности?

Задача 6. Пусть функция f голоморфна. Показать, (или опровергнуть), что

$$\Delta |f|^2 = 4|f'|.$$

Задача 7. Пусть функция f голоморфна. Показать (или опровергнуть), что

$$\Delta \ln(1 + |f|^2) = \frac{4|f'|}{(1 + |f|^2)^2}.$$

Задача 8. Пусть g положительная гармоническая в открытом круге радиуса R с центром в нуле функция. Верны ли неравенства

$$\frac{R - |z|}{R + |z|} g(0) \leq g(z) \leq \frac{R + |z|}{R - |z|} g(0)?$$