# Дзета-функции.

## Задачи - 1.

**1**. Докажите теорему Кронекера: Пусть $f(T) = \sum_{i=0}^{\infty} a_i T^i$ - формальный степенной ряд. $f(T)$ представлят рациональную функцию тогда и только тогда, когда найдутся такие $M$ и $S$, что при всех $s > S$ детерминант $M+1 \times M+1$ - матрицы $B_s$ с элементами $B_s(i,j) = a_{s+i+j}$ равен нулю.
**2**. Докажите, что если на векторном пространстве существует невырожденная альтернированная билинейная форма (такая форма называется симплектической), то размерность пространства четна.
**3**. Вычислите знак функционального уравнения конгруэнц-дзета функции проективного пространства $\mathbf{P}^d(\mathbf{F}_q)$.
**4**. Пусть $K/\mathbf{Q}$ - конечное расширение, $0 \neq a \in K$. Опишите множество главных дивизоров Аракелова, финитная часть которых совпадает с финитной частью главного дивизора $(a)$.
**5**. Пусть $\mathcal{M}f(s)$ - преобразование Меллина функции $f(t)$. Выразите через $\mathcal{M}f(s)$ преобразования Меллина функций: а) $f(lt)$; б) $t^l f(t)$; в)$f(t^{-1})$; г) $f(t')$.

## Упражнения.

Записывать и сдавать решения не нужно.

**1**. Разберите ещё раз по конспекту доказательство формулы Лефшеца.
**2**. Проведите самостоятельно или разберите доказательство формулы Пуассона $\sum_{n=-\infty}^{\infty} g(n) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \hat{g}(n)$.
**3**. Восстановите в памяти основные свойства гамма-функции.
**4**. Проверьте формулу $\xi_K(s) = 2^{-r_1} \zeta_K(s) (\frac{\Gamma(s/2)}{\pi^{s/2}})^{r_1} (\frac{\Gamma(s)}{(2\pi)^s})^{r_2}$.