

Задание #1

9 февраля

Задача 1

Докажите, что группы перестановок \mathfrak{S}_n и четных перестановок A_n не разрешимы при $n \geq 5$.

Задача 2

Пусть $G \rightarrow H$ — сюръективный гомоморфизм групп. Докажите, что если G разрешима, то H также разрешима.

Задача 3

Пусть $E = F(\alpha)$ — алгебраическое расширение поля F , порожденное примитивным элементом $\alpha \in E$. Пусть K — промежуточное расширение: $E \supset K \supset F$. Покажите, что K порождается коэффициентами минимального многочлена α над K .

Задача 4

Пусть $E = F(\alpha)$ — алгебраическое расширение поля F , порожденное примитивным элементом $\alpha \in E$. Докажите, что существует конечное количество промежуточных расширений $E \supset K \supset F$.

Задача 5

Пусть F — алгебраически замкнутое поле характеристики p . Покажите, что расширение $F(x, y) \supset F(x^p, y^p)$ не содержит примитивного элемента.

Задача 6

Пусть E/F — расширение полей, $f \in F[x]$ — сепарабельный многочлен. Докажите, что группа Галуа f как элемента $E[x]$ естественным образом отождествляется с подгруппой группы Галуа f как элемента $F[x]$.