

Задача 1. Пусть H_1, H_2 – подгруппы Ли в группе Ли G . Докажите, что тогда $H_1 \cap H_2$ – также подгруппа Ли, а

$$T_e(H_1 \cap H_2) = T_e(H_1) \cap T_e(H_2).$$

Задача 2. Если центр Z связной группы Ли G дискретен, то центр факторгруппы G/Z тривиален.

Задача 3. Определим группу Гейзенберга H^n следующим образом.

$$H^n = \{((t, q, p) \mid t \in \mathbb{R}, p, q \in \mathbb{R}^n)\},$$

$$(t_1, q_1, p_1) \cdot (t_2, q_2, p_2) = (t_1 + t_2 + p_1 \cdot q_2, q_1 + q_2, p_1 + p_2).$$

Докажите, что это группа Ли (здесь $p_1 \cdot q_2$ означает обычное скалярное произведение). Найдите алгебру Ли группы Гейзенберга.

Задача 4. Является ли группа Гейзенберга H^1 односвязной?

Задача 5. * Являются ли следующие группы односвязными?

а) $SL(2, \mathbb{R})$, б) $SL(n, \mathbb{R})$, в) $SP(n, \mathbb{R})$?

Задача 6. * Когда гомоморфизм алгебр Ли $\mathfrak{sl}(2, \mathbb{R}) \rightarrow \mathfrak{h}$ продолжается до гомоморфизма групп Ли $SL(2, \mathbb{R}) \rightarrow H$?

Задачи можно сдавать:

Каринэ Куюмжиян karina@mscme.ru по понедельникам с 19.20 до 20.50 в НМУ

Борис Билич - онлайн (договариваться через телеграм)

Илья Левин - онлайн (договариваться через телеграм)