

Листок 6, 18 марта 2024 г.

Задача 1. Найдите эйлерову характеристику ленты Мебиуса и бутылки Клейна.

Задача 2. Докажите, что любой граф имеет максимальный подграф, являющийся деревом. Докажите, что симплициальная окрестность (после взятия двойного барицентрического подразбиения) дерева в триангулированной поверхности гомеоморфна диску.

Задача 3. Докажите теорему классификации неориентируемых поверхностей.

Задача 4. Рассмотрим фактор $(S^1 \times S^1)/(x, y) \sim (y, x)$. Это поверхность. Какая?

Задача 5. Докажите, что граница цилиндра над листом Мебиуса $\text{Mob} \times [0, 1]$ гомеоморфна бутылке Клейна.

Задача 6. Докажите, что минимальное число вершин в триангуляции тора равно 7 (воспользуйтесь формулой Эйлера).

Задача 7. Докажите, что минимальное число вершин в триангуляции проективной плоскости равно 6 (воспользуйтесь формулой Эйлера).

Задача 8. Рассмотрим многогранник X в \mathbb{R}^3 как регулярный клеточный комплекс. Пусть X^1 – его 1-остов, и Y – его ϵ -окрестности в \mathbb{R}^3 для маленького $\epsilon > 0$. Докажите, что $\bar{Y} \setminus Y$ гомеоморфно сфере с ручками и определите количество ручек.