Задачи для зачета за 2-й семестр

1. Найдите размерность пересечения набора подпространств в аффинном пространстве (приведите численный пример).

2. Найдите (приведите алгоритм) максимум функционала из $(V^3)^*$ на общем пересечении набора полупространств $S_1, ..., S_n \in V^3$.

3. (i) Найдите ортогональный базис в пространстве многочленов степени 2 относительно сколярного произведения: $(f, g) = \int_0^1 f(x)g(x)dx$

   (ii) Найдите расстояние от точки $sin(x)$ до подпространства многочленов степени 2 в метрике пункта (i).

4. На пространстве V^3 задана билинейная форма:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -1 & 5 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

   Найдите площадь параллелепипеда, натянутого на пару векторов $u = (1, -2, 3), \quad v_2 = (3, 5, 1)$.

5. Задана матрица оператора изометрии пространства V^3. Найдите соответствующую ему ось вращения и угол поворота.

6. Задана матрица евклидовой структуры на V^2.

   (i) Найдите базис, совпадающий со своим двойственным.

   (ii) Напишите матрицу соответствующей эрмитовой формы на $V^2_{\mathbf{C}}$.

7. (i) Напишите матрицу оператора, соответствующего умножению в пространстве $\mathbf{H}$ на кватернион $a + ib + jc + kd$.

   (ii) Найдите минимальный многочлен этого оператора.

8. (i) Решите уравнение

$$X^2 = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$$

   в $Mat_{22}(\mathbf{R})$

   (ii) Вычислите $exp \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$

9. Найдите индекс квадратичной формы, заданной в виде матрицы (привести численный пример).