Экзамен по алгебре. 23 мая 1999 г.

1) Найти все группы ровно с двумя классами сопряженности.
2) Сколько подгрупп индекса 2 в свободной группе с двумя образующими?
3) Найти все неразложимые модули над алгеброй с базисом $(1, \varepsilon)$, где $\varepsilon^2 = 0$.
4) Подмодуль $V \subseteq \mathbb{Z}^3$ порожден столбцами матрицы $\left(\begin{smallmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 4 \end{smallmatrix}\right)$. Найти число элементов фактормодуля $\mathbb{Z}^3/V$.
5) Найти максимальный размер жордановой клетки в ЖНФ оператора $A \otimes A$, где матрица оператора A — жорданова клетка размера $n \times n$.
6) *Центром* ассоциативной алгебры A называется множество $\{a \in A \mid (\forall x \in A) ax = xa\}$.
   а) Доказать, что центр асоциативной алгебры является ее подалгеброй.
   б) Найти центр алгебры Грассмана $\Lambda^\bullet(\xi^1, \dots, \xi^{2n})$.
   в) Найти центр алгебры Грассмана $\Lambda^\bullet(\xi^1, \dots, \xi^{2n+1})$.