Задачи экзамена по курсу Ф.Б. Паковича

"Введение в теорию эллиптических функций."

(МЦНМО, 03 мая 99г.)

1. Доказать, что

$$2\left\|\begin{matrix} 1 & \wp(x) & \wp^2(x) \\ 1 & \wp(y) & \wp^2(y) \\ 1 & \wp(z) & \wp^2(z) \end{matrix}\right\| : \left\|\begin{matrix} 1 & \wp(x) & \wp'(x) \\ 1 & \wp(y) & \wp'(y) \\ 1 & \wp(z) & \wp'(z) \end{matrix}\right\| = \zeta(x+y+z)-\zeta(x)-\zeta(y)-\zeta(z).$$

2. Доказать, что

$$\frac{d}{dv}\left\{\frac{\theta_1(v)}{\theta_0(v)}\right\} = \pi\theta_0^2\frac{\theta_2(v)\theta_3(v)}{\theta_0^2(v)}.$$

3. Пусть L - решетка в $\mathbb{C}$. Доказать эквивалентность следующих условий:

   1) $g_2(L), g_3(L) \in \mathbb{R}$

   2) $\wp_L(\bar{z}) = \overline{\wp_L(z)}$

   3) $\overline{L} = L$.

4. Найти группу $E_{tors}(\mathbb{Q})$ для эллиптической кривой $E : y^2 = x^3 + 1$.