Доклады

22 февраля. Исмагилов Р.С. *Амальгамы и центральные расширения групп диффеоморфизмов*

22 February. Ismagilov R.S. *Amalgams and central extensions of groups of diffeomorphisms*

Для полной группы диффеоморфизмов, группы диффеоморфизмов, сохраняющих объём, и группы симплектоморфизмов многобразия M^n рассматриваются конструкции следующего вида. Для каждого подмножества $B \subset M^n$, гомеоморфонго шару, рассматривается группа $D(B)$, состоящая из диффеоморфизмов, сосредоточенных в B. Далее берется амальгамированное произведение всевозможных групп $D(B)$. В докладе обсуждаются получаемые таким образом центральные расширения групп диффеоморфизмов, а также применение конструкций этого типа к другим группам и алгебрам Ли.

Комментарий к состоявшемуся докладу. Берется группа G, и семейство подгрупп K_α, ее порождающих. Строится ноавя группа R, с образующими a_g, нумеруемыми элементами g из объединения K_α. Соотношения

$$a_g a_h = a_{gh}$$

если g, h лежат в одной подгруппе K_α.

Ясно, что получается расширение группы G, довольно часто оно почему-то оказывается центральным.

1 марта. Неретин Ю.А. *Анализ ядер Березина. Матричные интегралы и формула Планшереля.*

1 March. Neretin Yu.A. *Analysis of Berezin kernels. Matrix integrals and Plancherel formula*

Ядро Березина – это функция

$$|\det(1 - zu^*)|^{-\alpha}$$

на пространстве матриц с нормой < 1. Это ядро определяет некоторое пространство функций на некомпактном симметрическом пространстве G/K, это пространство естественно рассматривать как "деформацию" пространства L^2. В последнее время стало ясно, что анализ ядер Березина – очень богатая задача. Например, в связи с ней возникает много явно вычисляемых матричных интегралов, она связана с довольно тонкими теоретико-функциональными эффектами, с другой стороны она имеет чисто алгебраические приложения, а именно дает простые конструкции для весьма экзотичных унитарных представлений полупростых групп.

Цель доклада – описать явное разложение для представления группы $G = O(p, q)$, порожденного ядром Березина (в случае больших α); мера Планшереля (ее вычисление вполне элементарно) задается формулой

$$\prod_{k=1}^{p} \frac{1}{\Gamma(2\alpha - m + k)} \times \prod_{k=1}^{p} \left| \frac{\Gamma(\alpha + is_k - (q+p)/4 + 1/2)\Gamma((q-p)/2 + is_k)}{\Gamma(is_k)} \right|^2 \times \\ \times \prod_{1 \le k \le l \le p} (s_k^2 - s_l^2)\,\mathrm{th}(s_k - s_l)\,\mathrm{th}(s_k + s_l)$$

8 марта. Международный женский день

15 марта. Ольшанский Г.И. *Виртуальные симметрические группы и точечные случайные процессы*

15 March. OLSHANSKII G.I. *Virtual symmetric groups and point stochastic processes*

Есть некоторый "бесконечномерный" объект $\mathcal{S}$, который естественным образом проектируется на симметрические группы S_n любого порядка. Формальная конструкция: рассматриваем проекцию $S_{n+1} \to S_n$, которая есть вычеркивание $(n+1)$ из разложения $g \in S_{n+1}$ в произведение независимых циклов; далее берем проективный (обратный) предел. Пространство $\mathcal{S}$ группой не является, однако его элементы можно умножать слева и справа на подстановки любого порядка. Пусть $t > 0$. Рассмотрим на группе S_n (вероятностную) меру, определяемую свойством: мера подстановки g равна

$$\frac{t^{[g]}}{t(t+1)\dots(t+n-1)}$$

где $[g]$ – число независимых циклов в g (при $t = 1$ мера точки есть $1/n!$). Эти меры согласованы с проекциями $S_{n+1} \to S_n$. В пределе при $n \to \infty$ получается некоторая мера μ_t на $\mathcal{S}$, она квазиинвариантна относительно умножений слева и справа.

В докладе будет обсуждаться гармонический анализ на $\mathcal{S}$.

22 марта ЛИТВИНОВ Г.Л. *Введение в идемпотентный анализ и идемпотентную мат.физику*

22 March LITVINOV G.L. *Introduction to idempotent analysis and idempotent maph.physics*

Доклад посвящен эвристическим аспектам идемпотентного анализа В.П.Маслова и математики полуколец. Существует нетривиальная аналогия между математикой полуколец и квантовой механикой. Например, поле вещественных чисел может рассматриваться как квантовый объект, а идемпотентные полукольца – как "классические" или "полуклассические" объекты. Имеется (эвристическое) соответствие между важными конструкциями и результатами над полями и аналогичными конструкциями и результатами над идемпотентными полукольцами. Например преобразованию Фурье соответствует преобразование Лежандра. Принципу суперпозиции в квантовой механике (т. е. линейности уравнения Шредингера) соответствует линейность уравнений Беллмана и Гамильтона-Якоби над идемпотентными полукольцами.

Кратко обсуждаются идемпотентные версии функционального анализа и теории представлений.

29 марта, В.Н.ТОЛСТОЙ. *Экстремальные проекторы для контраградиентных алгебр Ли, супералгебр и их q-аналогов*

29 March V.N. TOLSTOY *Extremal projectors for the contragredient algebras and superalgebras and their q-analogs.*

Известно, что универсальная обертывающая алгебра $U(g)$ алгебры Ли не содержит делителей нуля, и в частности проекторов. Оказывается, что есть некоторое пополнение $T(g)$ алгебры $U(g)$, содержащее много проекторов. Среди них выделенную роль играет т.н. экстремальный проектор p определяемый уравнением

$$e_\alpha p = p e_{-\alpha} = 0 \qquad \text{for any } \alpha \in \Delta_+,$$

где $e_{\pm\alpha}$ - стандартные образующие g, а Δ_+ – множество положительных корней g Показывается, что p имеет вид

$$p = \prod_{\alpha \in \vec{\Delta}_+} p_\alpha \qquad (*)$$

где

$$p_\alpha = \sum_{n\geq 0} f_n(h_\alpha) e_{-\alpha}^n e_\alpha^n$$

$$f_n(h_\alpha) = \prod_{k=1}^{n-1} (h_\alpha + \rho\alpha + \frac{n}{2}(\alpha,\alpha)) \qquad (**)$$

Здесь ρ – линейная функция Δ, определенная условием $\rho(\alpha_i) = 1$ для всех простых корней α_i.

Другая форма записи экстремальных проекторов –

$$p = \prod_\alpha \prod_{n=1}^\infty \left(1 - \frac{e_{-\alpha} e_\alpha}{n\, h_\alpha + n + 1}\right)$$

Оказывается, что формулы (*)-(**) верны для всех контраградиентных алгебр Ли и суперaлгебр, а также, в видоизменненном виде для их q-аналогов

Обсуждаются также нормальные упорядочения корневых систем для алгебр Ли и их q-аналогов (необходимые для задания правильного порядка в (*)) Показывается возможность перехода от одной системы к другой с помощью инверсий в алгебрах ранга 1 и 2.

Обсуждаются приложения и обобщения экстремальных проекторов.