

# Отчет о научной и педагогической деятельности в 2016 году Иванова-Погодаева Ильи Анатольевича

## Научная деятельность в 2016 году

В конце 2015 года я закончил работу над конструкцией бесконечной конечно определенной ниль-полугруппой. Статья (совместная с А.Я.Канелем-Беловым) была направлена на рецензию в Известия Академии Наук в конце 2015 года. Препринт выложен в архиве (arXiv: 1412.5221). Моя работа в 2016 году была направлена, в основном, на развитие методов построения конечно-определенных объектов.

1. В частности, достигнут некоторый прогресс в проблеме Латышева о существовании конечно определенного ненильпотентного нилькольца. Для построения такого кольца используются те же методы, что и для нильполугруппы. Слова (мономы) рассматриваются как кодировки путей на геометрическом комплексе с набором специальных свойств. В кольцевом случае нам необходимо работать не с одним мономом, а с несколькими. Можно рассматривать каждый моном как путь, в каждой точке которого также записана некоторая информация. Кроме соотношений, вытекающих из полугрупповой конструкции (задающих запрещенные кодировки путей, а также пары эквивалентных путей) можно рассмотреть соотношения, работающие с информацией, записанной на путях. Это позволяет получить автоматы, работающие на векторах информации, синхронизированные в системе на геометрическом комплексе.

Следующим этапом работы будет построение языка, на котором можно будет записывать устройство таких автоматов. После этого можно будет описать набор автоматов, строящих конечно определенное кольцо с нужными свойствами. Возможно, данные исследования помогут пролить некоторый свет и на групповую тематику, так как путем присоединения единицы к нилькольцу надо полем положительной характеристики строится периодическая группа.

2. Илья Рипс на конференции в Израиле сообщил мне о следующей постановке. Известно, что пространство, содержащее изометричную копию  $R^2$ , не может быть гиперболическим. Рассмотрим группы, не содержащие двух коммутирующих элементов бесконечного порядка. Пусть группа имеет неположительную кривизну относительно словарной метрики. Является ли в этом случае группа гиперболической?

Ответ на этот вопрос отрицательный. С помощью непериодических мозаик на гексагональной решетке можно построить группу с неположительной кривизной, при этом гексагональная решетка будет вложена в граф Кэли, и группа негиперболическа. Статья с изложением конструкции готовится.

3. Получено продвижение в построении топологического аналога теоремы Гудмана-Штраусса. Эта теорема занимает важное место в теории замощений. Ее суть заключается в том, что для заданной подстановочной системы на плитках можно задать некоторую систему подразбиений и граничных условий расположения подплиток, что единственными способами замостить плоскость будут способы, задаваемые изначальной подстановочной системой. Эта теорема имеет важное значение, так как позволяет переходить от языка подстановочных систем в язык локальных правил расположения плиток.

В рамках конференции на острове Олерон в июне 2016 удалось провести ряд полезных обсуждений с Х.Гудманом-Штрауссом и Т.Ферни. Часть построений, использованных в работе над конструкцией конечно определенной нильполугруппы, можно применить для топологического аналога теоремы Гудмана-Штраусса. В топологическом аналоге мы допускаем возможность топологического разбиения плиток. Кроме того, краевые условия записываются в виде запрещенных путей. Статья с изложением конструкции готовится.

4. Совместно с Сергеем Малевым получены конструкции алгебры, идеал соотношений которой задается конечным базисом Гребнера, и в которой неразрешимы проблемы, является ли элемент нильпотентным, а также является ли элемент делителем нуля. Данные результаты интересны в связи с тем, что обычно алгебраические структуры с конечным базисом Гребнера обладают “хорошими свойствами”, а частности, разрешимой проблемой равенства. Эти результаты показывают, что даже в таких условиях некоторые проблемы могут быть неразрешимы. Ранее мной была уже получена конструкция алгебры, идеал соотношений которой задается конечным базисом Гребнера, и в которой

неразрешима проблема делителей нуля. Результат про нильпотентность естественным образом стоит в этом ряду, при этом сейчас для делителей нуля была получена более лаконичная конструкция. Оба вопроса были поставлены В.Н.Латышевым. Статья подана в International Journal of Algebra and Computation. Препринт размещен в архиве.

5. Статья о построении конечно определенной полугруппы, содержащей ненильпотентный нильдеал (совместно с Сергеем Малевым) подана в International Journal of Algebra and Computation. Данный пример интересен в связи с конструкцией конечно определенной нильполугруппы. Тут мы имеем дело с ослабленной формулировкой “Существует ли конечно определенная полугруппа с нулем  $S$ , содержащая в своем алфавите букву  $L$  такая, что в идеале  $LS$  бесконечно много элементов и все они не содержат квадрат”. Такая формулировка отличается от общего вопроса наличием “фиксированной точки”, то есть в любом анализируемом слове мы можем опереться на то, что в нем существует буква  $L$ . Наличие этого обстоятельства позволяет предъявить гораздо более простую конструкцию (4 страницы вместо 160). Отмечу, что и для проблемы существования конечно определенного нилькольца также можно поставить аналогичный промежуточный вопрос: Существует ли конечно определенное кольцо с нулем  $R$ , содержащее букву  $L$ , что в идеале  $LR$  бесконечно много элементов и для любого элемента кольца  $X$  существует такое  $n$ , что  $LR^n = 0$ ?

Кроме того, в сентябре-декабре 2016 я участвую в семинаре С.И.Адяна в МИАН о бесконечных периодических группах, где Сергей Иванович рассказывает о новой оценке показателя в теореме Новикова-Адяна.

#### **Опубликованные и поданные в печать статьи**

1. И.Иванов-Погодаев, А.Канель-Белов. *Конструкция бесконечной конечно определенной нильполугруппы*. Известия Российской Академии Наук, находится на рецензии. Препринт arXiv: 1412.5221.

2. I. Ivanov-Pogodaev, S. Malev *Finite Groebner basis algebra with unsolvable nilpotency problem and zero divisors problem*. Journal of Algebra and Its Applications, отправлена в печать. Препринт arXiv:1606.01566.

3. I. Ivanov-Pogodaev, S. Malev *A construction of a finitely presented semigroup containing nonnilpotent nil ideal*. International Journal of Algebra and Computation, отправлена в печать. Препринт arXiv:1612.03965

#### **Конференции**

1. Groups, Algebras and Identities. Honoring Boris Plotkin’s 90th birthday. March 20-24, 2016 Hebrew University and Bar Ilan University.

talk: *Construction of infinite finitely presented nil-semigroup*.

2. Transversal Aspects of Tilings. Computational Aspects, Dynamics. May 30–June 10, 2016, island of Oleron, France.

talk: *Burnside problem and aperiodic tilings*.

3. Математическая логика, алгебра и вычислимость: двухдневная конференция, посвященная 85-летию С. И. Адяна, 18,19 июля 2016 г., МИАН, Москва.

#### **Педагогическая деятельность**

Как и в предыдущие годы, в 2016 я преподаю олимпиадную математику в школах г.Жуковского. в 2016 два ученика стали призерами Всероссийской олимпиады по математике.

В ноябре 2016 с двумя командами ездил на Уральский Турнир Юных Математиков в г. Тюмень.

В сентябре 2016 года мной была организована, проведена и проверена Открытая олимпиада по математике для 5-8 классов в г. Жуковском. Принцип проведения был схож с Турниром Городов: зачет проводился по трем задачам, в которых получено наибольшее продвижение. Участвовало около 480 школьников города. Основной целью проведения было выявление способных ребят для занятий в кружках.