

Отчёт Прасолова М. В. за 2016 год по гранту конкурса «Молодая математика России»

1 Полученные результаты

Основной результат исследований 2016 года – это подготовка совместной с И. А. Дынниковым статьи «Rectangular diagrams of surfaces: moves», работу над которой планируется завершить в первой половине 2017 года. Это вторая статья из серии работ, посвящённых прямоугольным диаграммам выпуклых в смысле Жиру поверхностей в трёхмерной сфере. В первой статье доказана представимость каждого класса поверхностей прямоугольной диаграммой (статья выполнена в 2016 году по другому гранту и принята к печати), а во второй мы вводим элементарные движения диаграмм, достаточные для получения из любой диаграммы всех диаграмм, задающих поверхности из того же класса.

На поверхности, выпуклой в смысле Жиру, с лежандровым краем естественно возникает одномерное подмногообразие, которое называется разделяющими кривыми. Разделяющие кривые – это инвариант выпуклой поверхности с лежандровым краем, то есть их класс изотопии не меняется, если деформировать поверхность в данном классе.

Пусть в трёхмерную сферу вложена связная поверхность с лежандровым краем, и на поверхности зафиксировано одномерное подмногообразие. Один из результатов статьи – это алгоритм для ответа на следующий вопрос: можно ли произотопировать поверхность, оставляя край неподвижным, и получить выпуклую поверхность, разделяющие кривые которой суть образ зафиксированного подмногообразия при изотопии?

Другой результат – это метод различения лежандровых узлов. С его помощью показано, что два конкретных лежандровых представителя узла b_2 различны, что не удаётся установить с помощью известных алгебраических инвариантов.

В статье вводится понятие зеркальной диаграммы, обобщающее прямоугольные диаграммы поверхности. Поверхность, задаваемая прямоугольной или зеркальной диаграммой, является выпуклой относительно двух контактных структур – стандартной и полученной из стандартной с помощью симметрии трёхмерной сферы, обращающей ориентацию. Мы вводим движения зеркальных диаграмм и относим их к двум типам: движения первого типа сохраняют класс выпуклости относительно первой контактной структуры, а движения второго типа – относительно второй контактной структуры. Мы показываем, что движений каждого типа достаточно, чтобы соединить зеркальные диаграммы из одного класса выпуклости относительно соответствующей контактной структуры, а также что движения разных типов в некотором смысле перестановочны. Это ключевой технический результат статьи, который занимает основной объём.

Все результаты статьи излагались на российских и международных конференциях.

2 Публикации

[1] I. Dynnikov, M. Prasolov, *Rectangular diagrams of surfaces: moves*, готовится к печати

3 Доклады

- Семинар лаборатории Понселе, НМУ, доклад «Монотонное упрощение прямоугольных диаграмм зацеплений», январь.
- Семинар «Узлы и теория представлений», МГУ им. Ломоносова, доклад «Монотонное упрощение прямоугольных диаграмм зацеплений», март.
- III международная конференция «Квантовая топология», МИАН, доклад «Прямоугольные диаграммы и поверхности, выпуклые в смысле Жиру», июнь.
- Международная конференция «Анализ, вероятность и геометрия», МГУ им. Ломоносова, доклад «Прямоугольные диаграммы и поверхности, выпуклые в смысле Жиру», сентябрь.

4 Педагогическая деятельность

4.1 Весенний семестр

- Семинары по линейной алгебре, механико-математический факультет МГУ им. Ломоносова.

4.2 Осенний семестр

- Семинары по аналитической геометрии и семинары по введению в топологию, механико-математический факультет МГУ им. Ломоносова.
- Курс НОЦ «Двумерные слоения на трёхмерных многообразиях» совместно с И. А. Дынниковым, МИАН. Программа:
 - Основные определения и понятия: слоение, критерий Фробениуса, трансверсаль, голономия, исчезающий цикл, слоение Рибба.
 - Вопросы гладкости: теорема Хэфлигера о несуществовании аналитического слоения коразмерности 1 на сфере, примеры слоений класса C^1 , не сглаживаемых до C^2 .
 - Тугие слоения и прошитые многообразия: теорема Новикова о замкнутом слое, теорема Габая о существовании тугих слоений.

- Слоения и контактные структуры: тесные контактные структуры, теорема Элиашберга–Тёрстона о приближении тугого слоения тесной контактной структурой.