

**Отчет по гранту**  
**Молодая математика России**  
за 2017 год  
Авилов Артем

## 1 Полученные результаты

В течение этого года изучались вопросы, связанные с описанием конечных подгрупп в группе Кремоны ранга 3 над полем комплексных чисел. В первую очередь, была завершена классификация эквивариантно бирационально жёстких кубических трехмерных многообразий:

**Теорема 1.** Пусть  $X$  – трёхмерное кубическое многообразие над полем комплексных чисел, а  $G$  – конечная подгруппа в группе автоморфизмов  $X$ . Тогда  $X$  является  $G$ -бирационально жестким только в следующих случаях:

- либо  $X$  кубика Сегре, а  $G$  изоморфна одной из следующих групп:  $S_6 \simeq \text{Aut}(X)$ ,  $A_6$ ,  $S_5$  или  $A_5$ , где последние две группы вложены "нестандартным" образом в  $S_6$ ;
- либо  $X$  задано уравнениями  $\sum_{i=0}^5 x_i = x_0x_1x_2 - x_3x_4x_5 = 0 \subset \mathbb{P}^6$ , а  $G$  изоморфно  $\text{Aut}(X) \simeq S_3^2 \rtimes C_2$ ,  $C^2 \rtimes C_4$  или  $S_3^2$ , где последняя группа транзитивно действует на множестве особенностей  $X$ .

Соответствующая статья сейчас находится в стадии вычитки и скоро будет отправлена в журнал.

Изучались трёхмерные многообразия дель Пеццо степени 2. Практически полностью завершено исследование случая 16 и 15 особых точек. В обоих случаях классифицированы минимальные подгруппы и подгруппы, для которых нет простой перестройки (есть гипотеза, что относительно всех них многообразие является бирационально жестким). В случае 15 особых точек доказана следующая теорема:

**Теорема 2.** Пусть  $X$  – трёхмерное многообразие дель Пеццо с 15 особыми точками. Тогда

- $X$  является гиперплоским сечением двойного накрытия  $\mathbb{P}^4$  с ветвлением в кватернике Игусы (назовём его  $Z$ );
- группа автоморфизмов  $X$  индуцирована с группы автоморфизмов  $Z$ , то есть состоит из тех автоморфизмов  $Z$ , которые сохраняют  $X$ . Группа автоморфизмов  $Z$  при этом изоморфна  $S_6 \times C_2$ .

Статья о случае 15 особых точек также планируется к публикации в ближайшее время.

Помимо этого изучались многообразия дель Пеццо степени 1. Главная проблема с ними состоит в том, что неизвестно, когда они рациональны. В течение этого года были предприняты попытки понять это. Было построено некоторое количество примеров, которые позволяют высказать гипотезу, что nodальное трехмерное многообразие дель Пеццо степени 1 нерационально, если количество особенностей не превосходит 15. Были предприняты попытки доказать это аналогично статье И. Чельцовым и К. Шрамова о рациональности многообразий дель Пеццо степени 2, но построенные расслоения на коники довольно сложны для исследования, и проведенные исследования не привели к конкретным результатам.

Тем не менее, были классифицированы все многообразия дель Пеццо степени 1, которые удовлетворяют гипотезе, сформулированной И. Чельцовым, а именно все многообразия, группа автоморфизмов которых действует на  $\mathbb{P}(1, 1, 1, 2, 3)$  без неподвижных точек (согласно гипотезе, минимальное многообразие дель Пеццо бирационально жёстко относительно группы автоморфизмов в этом и только этом случае).

## 2 Статьи

В ближайшее время будут поданы в журнал статьи "Equivariantly birationally rigid cubic threefolds" и "A note on the del Pezzo threefolds of degree 1 with 15 nodes".

## 3 Участие в конференциях и школах

- Летняя школа-конференция по проблемам алгебраической геометрии и комплексного анализа, Август 2017, Коряжма, Архангельская обл.

- Первая летняя математическая школа на Фонтанке: Геометрия 2017, 3-8 июля 2017, Санкт-Петербург
- Instruments of Algebraic Geometry, Bucharest, 11-22 September 2017

## 4 Педагогическая деятельность

Принимал задачи на семинарах по курсам "Алгебра-1" и "Алгебра-3" осенью и "Алгебра-2" весной в НМУ, кроме того преподавал в 57 школе.