

# Отчёт по гранту “Молодая математика России” за 2019 год

Милованов Алексей

10 декабря 2019 г.

## 1 Результаты, полученные в этом году

В работах Eric Allender, Harry Buhrman, Michal Koucký, Dieter van Melkebeek и других специалистах по computer science изучался следующий вопрос: что можно вычислить на машине Тьюринга за полиномиальное время с помощью оракула, состоящего из слов большой колмогоровской сложности? Оказалось, что это нетривиальный и интересный вопрос. Доказательства верхних и нижних границ для соответствующего сложностного класса  $P^R$  используют современную технику в сложности вычислений (генераторы псевдослучайных чисел, интерактивные доказательства, метод приоритетов и др.).

В работе Limits on the Computational Power of Random Strings (Eric Allender, Luke Friedman, William Gasarch) была доказана верхняя оценка **EXPSPACE** на класс  $P^R$ . Эта оценка делается с помощью игры, сложность которой принадлежит как раз классу **EXPSPACE**. Было, однако, неизвестно, является ли эта игра **EXPSPACE**-полной (другая оценка на сложность этой игры дала бы новую верхнюю оценку на класс  $P^R$ ). Автор совместно с Pálvölgyi Domotor доказал **EXPSPACE**-полноту этой игры. К сожалению, этот результат не доказывает, что найденная верхняя оценка точна, а только показывает, что имеющиеся методы не позволяют улучшить эту оценку.

Кроме этого автор рассматривал новый тип редукции: супер-адаптивная редукция. Это такая адаптивная редукция, что в её дереве все листья разные. Например, супер-адаптивным является бинарный поиск. Автор доказал верхнюю границу **EXPTIME** для класса языков, которые супер-адаптивно сводятся к языку всех слов большой колмогоровской сложности.

## 2 Опубликованные работы

1. Milovanov A. #P-completeness of counting roots of a sparse polynomial // Information Processing Letters. 2019. Vol. 142. P. 77–79.

2. Milovanov A. On Algorithmic Statistics for Space-bounded Algorithms // Theory of Computing Systems. 2019. Vol. 63. No. 4. pg. 833–848.

### **3 Участие в конференциях**

Конференция: Randomness, information, complexity. In honor of Alexander Shen and Nikolay Vereshchagin's 60th birthday.

Доклад: Algorithmic statistics: classical and modern approaches.

### **4 Работа в научных центрах и международных группах**

Работаю научным сотрудником в Международной лаборатории теоретической информатики НИУ ВШЭ.

### **5 Педагогическая деятельность**

#### **Весенний семестр**

1. Курс “Сложность вычислений” в Школе Анализа Данных
2. Курс “Математическая логика и теория алгоритмов” на факультете ФАЛТ МФТИ (чтение лекций и ведение семинаров);
3. Курс “Математическая логика и теория алгоритмов” на факультете ФИВТ МФТИ (ведение семинаров).
4. Курс “Методы теоретической информатики” на факультете ФКН НИУ ВШЭ (ведение семинаров)
5. научное руководство магистранта Петра Болотина (МФТИ).
6. научное руководство магистранта Никиты Лукьянова (НИУ ВШЭ).
7. научное руководство бакалавра Ирины Якунчевой (НИУ ВШЭ).

#### **Осенний семестр**

1. Курс “Математическая логика и теория алгоритмов” на факультете ФАЛТ МФТИ (чтение лекций и ведение семинаров);
2. Курс “Математическая логика и теория алгоритмов” на факультете ФИВТ МФТИ (ведение семинаров);
3. Курс “Дискретная математика-2” на факультете ФКН НИУ ВШЭ (ведение семинаров);

4. Ведение проектного семинара на факультете ФКН НИУ ВШЭ;
5. научное руководство магистранта Петра Болотина (МФТИ);
6. научное руководство магистранта Никиты Лукьянова (НИУ ВШЭ).

## 6 Результаты полученные за три года

В моей заявке были запланированы результаты по алгоритмической статистике с ограничением на ресурсы. Такие результаты действительно были получены и опубликованы в [1, 2, 3, 4]. А именно, совместно с Н.К. Верещагиным было придумано определение нестохастических слов для полиномиальных по времени алгоритмов и доказано их существование по модулю некоторых теоретико-сложностных гипотез[1]. Также для таких алгоритмов было доказано утверждение о связи алгоритмической статистики и теории предсказаний (опять по модулю некоторых теоретико-сложностных предположений)[3]. Наконец, был доказан аналог теоремы Верещагина-Витанини о связи дефектов случайности и оптимальности для алгоритмов с полиномиальным ограничением на память[2, 4].

Кроме результатов в теории алгоритмической статистики были получены результаты в области сложности вычислений. Был написан результат о  $\#P$ -полноте задачи о нахождении количества корней многочлена над конечным полем, заданным в сжатом виде[5]. Неопубликованными остались некоторые результаты о дерандомизации задачи равенства нулю многочлена, а также вышеупомянутые результаты об использовании слов большой колмогоровской сложности в качестве оракула.

## Список литературы

- [1] Vereshchagin N., Milovanov A. Stochasticity in Algorithmic Statistics for Polynomial Time, in: 32nd Computational Complexity Conference. Вадерн: Schloss Dagstuhl – Leibniz-Zentrum für Informatik, Dagstuhl Publishing, 2017, **79** p. 17:1–17:18.
- [2] Milovanov A. On Algorithmic Statistics for Space-Bounded Algorithms, in: Computer Science – Theory and Applications: 12th International Computer Science Symposium in Russia (CSR 2017) Vol. **10304**, Luxemburg : Springer Science and Business Media, 2017, p. 232–244.
- [3] Milovanov A. Algorithmic Statistics and Prediction for Polynomial Time-Bounded Algorithms, in: Sailing Routes in the World of Computation. Springer, 2018, p. 287-296.
- [4] Milovanov A. On Algorithmic Statistics for Space-bounded Algorithms // Theory of Computing Systems. 2019. Vol. 63. No. 4. pg. 833–848.

- [5] Milovanov A. #P-completeness of counting roots of a sparse polynomial // Information Processing Letters. 2019. Vol. 142. P. 77–79.