

Отчёт по гранту “Молодая математика России” за 2018 год

Милованов Алексей

5 декабря 2018 г.

1 Результаты, полученные в этом году

Дерандомизация PIT для схем глубины 4

Задача равенства нулю многочлена — определить, является ли данный многочлен, заданный в виде алгебраического выражения, тождественным нулём. Для этого можно раскрыть все скобки и привести подобные, однако такой метод может потребовать экспоненциального количества действий. Важным открытым вопросом является существование детерминированного полиномиального алгоритма, решающего эту задачу. В работе “Algebraic Geometric Techniques for Depth-4 PIT: Sylvester-Gallai Conjectures for Varieties” Анкит Гупта (Ankit Gupta) доказал существование детерминированного полиномиального алгоритма, решающего проблему равенства нулю многочлена для важного класса алгебраических схем ($\Sigma\Pi\Sigma(k, r)$, где k, r — константы) по модулю некоторой гипотезы. Эта гипотеза представляет собой обобщение теоремы Сильвестра-Галлаи (точнее, теоремы Келли, т.к. действие происходит над полем \mathbb{C}): На плоскости дано конечное число точек, причём такое, что любая прямая, проходящая через две из данных точек, содержит ещё одну данную точку. Тогда все данные точки лежат на одной прямой. Эту теорему можно переформулировать в терминах линейных многочленов и порождённых ими идеалов с помощью проективизации. Обобщение представляет из себя похожее утверждение для квадратичных многочленов. Автору удалось доказать эту гипотезу для некоторых очень частных случаев.

Алгоритмическая статистика и предсказания с полиномиальным ограничением на время

Алгоритмическая статистика - наука об объяснениях (гипотезах) для некоторых данных. Гипотеза считается хорошей, если она простая (т.е. имеет маленькую колмогоровскую сложность) и при этом охватывает все закономерности в данных, которые можно выявить алгоритмическим образом. Эта идея не может быть использована на практике, т.к. колмогоровская

сложность является невычислимой функцией. Поэтому разумно использовать колмогоровскую сложность с некоторым ограничением на время или память. За последние годы была создана алгоритмическая статистика с ограничением на ресурсы.

Естественная глобальная задача состоит в переносе классических результатов алгоритмической статистики на случай с ограничением на ресурсы. Целью работы было доказательство полиномиальной (по времени) версии следующего результата классической алгоритмической статистики. Предположим, что некоторая информация была получена в результате некоторого неизвестного эксперимента. Какого рода исходы мы ожидаем получить при повторе этого же эксперимента? Оказывается, что ответ на этот вопрос (при его разумной формализации) может быть дан в терминах алгоритмической статистики. Автор доказал полиномиальную по времени версию этого результата в предположении некоторого разумного предположения из сложности вычислений: существует язык, который можно распознать за экспоненциальное время, но нельзя распознать на субэкспоненциальной зоне.

2 Опубликованные работы

1. Milovanov A. Algorithmic Statistics and Prediction for Polynomial Time-Bounded Algorithms, in: Sailing Routes in the World of Computation. Springer, 2018, p. 287-296.
2. Milovanov A. #P-completeness of counting roots of a sparse polynomial, Information Processing Letters, 2019 (online-first)
3. Milovanov A. On Algorithmic Statistics for Space-bounded Algorithms, Theory of Computing Systems (online-first).

3 Участие в конференциях

Конференция: Computability in Europe 2018 (Киль, Германия).

Доклад: Algorithmic Statistics and Prediction for Polynomial Time-Bounded Algorithms.

4 Работа в научных центрах и международных группах

Работаю стажёром-исследователем в Международной лаборатории теоретической информатики НИУ ВШЭ. С середины июня по август работал в лаборатории LIRMM в Монпелье под руководством А. Шеня.

5 Педагогическая деятельность

Весенний семестр

1. Курс “Сложность вычислений” в Школе Анализа Данных
2. Курс “Математическая логика и теория алгоритмов” на факультете ФАЛТ МФТИ (чтение лекций и ведение семинаров);
3. Курс “Математическая логика и теория алгоритмов” на факультете ФИВТ МФТИ (ведение семинаров).

Осенний семестр

1. Курс “Математическая логика и теория алгоритмов” на факультете ФАЛТ МФТИ (чтение лекций и ведение семинаров);
2. Курс “Математическая логика и теория алгоритмов” на факультете ФИВТ МФТИ (ведение семинаров);
3. Курс “Дискретная математика-2” на факультете ФКН НИУ ВШЭ (ведение семинаров);
4. научное руководство магистранта Петра Болотина (МФТИ).