

1 Полученные результаты.

До недавнего времени не существовало адекватного определения когомологий тропического многообразия, которое бы вело себя аналогично когомологиями комплексного многообразия. В работе [1] было дано определение когомологий тропического многообразия и показано, что когомологии тропического многообразия совпадают с когомологиями семейства комплексных многообразий вырождающихся к этому тропическому многообразию. В работе [3] было дано определение тропической суперформы, которое оказалось естественным обобщением на тропический случай понятия дифференциальной формы. В этой работе удалось получить тропический аналог ряда фактов из многомерного комплексного анализа и комплексной геометрии. Оба этих понятия получили развитие в работе [2] в частности, была доказана двойственность Пуанкаре для гладких тропических многообразий и построен аналог теории когомологий де Рама, а именно, когомологии тропических многообразий были вычислены в терминах когомологий комплекса тропических суперформ.

На тропическом многообразии X можно ввести пространство (p, q) -суперформ $\mathcal{E}^{p,q}(X)$ и дифференциал

$$d'' : \mathcal{E}^{p,q}(X) \rightarrow \mathcal{E}^{p,q+1}(X),$$

это пространство является аналогом (p, q) -форм на комплексных многообразиях, а дифференциал d'' является аналогом дифференциала $\bar{\partial}$. Наша цель была построить аналог теории Ходжа на тропических многообразиях. А именно, можно ввести аналог кэлеровой метрики ω , определить звездочку Ходжа $*$, оператор Лапласа-Бельтрами $\Delta_{d''} = d''d''^* + d''^*d''$ и т.д. Все эти объекты повторяют классические объекты на комплексных многообразиях.

В прошлом и этом году и этом году мы занимались тем что пытались построить аналог теории Ходжа для тропических многообразий. Это оказалось довольно сложной задачей, нам удалось достигнуть частичного прогресса и доказать ряд вспомогательных утверждений. Мы всё ещё пытаемся построить полную теорию, а именно показать, что когомологии тропического многообразия могут быть посчитанны в терминах гармонических форм и что это влечет аналогичные случаю комплексных кэлеровых многообразий следствия. В данный момент мы готовим статью для одномерного случая, а именно для тропических кривых. Для тропических кривых мы показали, что когомологии могут быть вычисленны в терминах гармонических форм, аналогично тому как это происходит на комплексных кривых. В этом случае размерности групп когомологий тропической кривой рода g совпадают, с размерностями групп когомологий комплексной кривой рода g .

2 Участие в конференциях и школах.

В этом году я принял участие в Летней математической школе «Алгебра и геометрия», г. Ярославль. А так же в конференции The 27th International Conference on Finite and Infinite Dimensional Complex Analysis and Applications, г. Красноярск, где сделал доклад на тему “Tropical Hodge Theory”.

3 Педагогическая деятельность.

В текущем году преподавал ряд дисциплин: математический анализ, теория вероятностей в МИЭМ НИУ ВШЭ.

Список литературы

- [1] Ilia Itenberg, Ludmil Katzarkov, Grigory Mikhalkin, Ilia Zharkov, Tropical Homology, arXiv:1604.01838
- [2] Philipp Jell, Kristin Shaw, Jascha Smacka Superforms, Tropical Cohomology and Poincaré Duality, arXiv:1512.07409

[3] Aron Lagerberg, Super currents and tropical geometry. *Math. Z.* 270 (2012), no. 3-4, 1011-1050.