

1 Результаты, полученные в этом году

В основном в этом году мы занимались попыткой построить классы Черна на тропическом многообразии. Аналогично тому как строится голоморфное векторное расслоение над комплексным многообразием, можно построить тропическое расслоение над тропическим многообразием. При этом слоем расслоения является $\mathbb{TR}^n = [-\infty, +\infty)^n$, которая играет роль \mathbb{C}^n , а функции перехода между локальными тривиализациями задаются обратимыми тропическими матрицами, подобно тому как в комплексном случае обратимыми комплексными матрицами. В работе [1] задача построения классов Черна была решена в терминах теории пересечений. Мы пытались решить эту задачу в терминах дифференциальной геометрии. А именно мы определили аналог эрмитовой метрики на расслоении и определили её кривизну. Кривизна в данном случае определяется в терминах тропических суперформ [5], которые являются правильным тропическим аналогом дифференциальных форм на комплексных многообразиях. Далее, повторяя, практически дословно, конструкцию классов Черна из дифференциальной геометрии в терминах кривизны расслоения, можно определить класс Черна на тропическом многообразии. В данный момент мы пытаемся подготовить публикацию по этим результатам.

Так же мы занимались теорией Ходжа на тропических кривых, этот случай служил модельным примером для больших размерностей. В целом эта теория оказывается весьма похожей на теорию квантовых графов [2], т.е. изучением уравнения Шредингера на метрических графах. Мы показали, что когомологии тропической кривой можно вычислить в терминах гармонических суперформ на тропических кривых, аналогично тому как когомологии гладкой комплексной кривой описываются в терминах гармонических форм. Этот результат скорее играют модельную роль, так как когомологии тропических кривых легко вычислить и в комбинаторных терминах. В данный момент мы пытаемся подготовить публикацию по этим результатам.

2 Опубликованные и поданные в печать работы.

В данном году работ не подавал, есть работы которые готовятся к публикации.

3 Участие в конференциях и школах.

Принял участие в «7-я летняя школа-конференция по геометрическим методам математической физики»

4 Работа в научных центрах и международных группах.

Не проводил.

5 Педагогическая деятельность.

Преподаю математические дисциплины в МЭИМ НИУ ВШЭ.

6 Общие итоги

В целом результаты были довольно скромные. Основная наша идея была построить теорию Ходжа на тропических многообразиях, т.е. метод вычисления тропических когомологий [4] в терминах гармонических форм. Эту идею реализовать пока не удалось, из-за сложностей, главным образом, технического характера, однако, мы надеемся нам удастся разрешить их с будущим. Удалось построить теорию Ходжа для случая одномерных многообразий, т.е. тропических кривых. Это не очень интересный случай, поскольку про тропические кривые это довольно простой объект, про который много чего известно.

Удалось получить дифференциально-геометрическую конструкцию для тропических классов Черна и этот результат можно считать переносом классической конструкции из комплексной геометрии.

Также удалось развить теорию обобщенных амёб, для неё весьма продуктивным оказался подход основанный на теории тропических суперпотокков [6], а именно многие понятия возникающие в при изучении амёб естественным образом удалось сформулировать в терминах суперпотокков [3], хотя первоначально наш препринт был выложен до начала гранта, упомянутые результаты были добавлены в последующей редакции.

Список литературы

- [1] Lars Allermann, Chern classes of tropical vector bundles, arXiv:0911.2909
- [2] Gregory Berkolaiko, Peter Kuchment, Introduction to Quantum Graphs
- [3] Yury Eliyashev, Geometry of generalized amoebas, arXiv:1608.06077
- [4] Ilia Itenberg, Ludmil Katzarkov, Grigory Mikhalkin, Ilia Zharkov, Tropical Homology, arXiv:1604.01838
- [5] Philipp Jell, Kristin Shaw, Jascha Smacka Superforms, Tropical Cohomology and Poincaré Duality, arXiv:1512.07409
- [6] Aron Lagerberg, Super currents and tropical geometry. Math. Z. 270 (2012), no. 3-4, 1011-1050.