

Отчет по гранту конкурса «Молодая математика России» за 2019 год

Гаража Александра

Полученные результаты

Продолжена работа по нахождению полной системы функций в бинволюции на простых алгебрах Ли относительно двух скобок Пуассона: канонической $\{, \}_X$ и скобки «с замороженным аргументом» $\{, \}_A$.

Полная система функций в бинволюции, которую мы строим, состоит из двух частей: жордановой и кронекеровой (в соответствии с типами блоков в разложении Жордана-Кронекера). Для алгебры \mathfrak{sl}_n кронекерова часть канонического базиса была построена ранее. В этом году выдвинута и проверена при $n \leq 14$ гипотеза о том, как построить жорданову часть базиса, зная кронекерову. Основная идея заключается в следующем. Рассмотрим семейство регулярных матриц $A_s = A + sY$, сходящихся к A при $s \rightarrow 0$. При предельном переходе происходит следующее: часть элементов канонического базиса вырождается в ноль, а оставшиеся элементы остаются линейно независимы, т.е. составляют кронекерову часть канонического базиса предельного билагранжева подпространства. Но ведущие члены разложения Тейлора по s «вырождающихся» элементов базиса по-прежнему находятся в бинволюции и их ровно столько, сколько должно быть элементов в жордановой части канонического базиса. Гипотеза заключается в том, что они действительно составляют жорданову часть.

В связи с этим построен канонический базис алгебры Ли \mathfrak{sp}_{2n} (хотя некоторый базис уже был известен ранее). Оказалось, что достаточно взять каждый второй элемент из канонического базиса, построенного для алгебры Ли \mathfrak{sl}_{2n} .

Кроме того, для алгебр Ли $\mathfrak{sl}_n, \mathfrak{sp}_{2n}, \mathfrak{so}_{2n+1}$ было отмечено следующее. Оказывается, индексы Кронекера простого элемента A получаются поэлементным вычитанием из индексов Кронекера алгебры Ли \mathfrak{g} индексов Кронекера централизатора $\mathfrak{z}(A)$ элемента A , где все три набора упорядочены по возрастанию. Для алгебры Ли \mathfrak{so}_{2n} это свойство не выполняется.

Для алгебры Ли \mathfrak{so}_{2n+1} и простого элемента A индексы Кронекера и кронекерова часть канонического базиса были найдены в прошлом году. В этом году для нильпотентных элементов A вычислены индексы Кронекера при $n \leq 8$ и выдвинута гипотеза, которая согласуется с теоремой Элашвили. В отличие от случая \mathfrak{sl}_n в случае \mathfrak{so}_{2n+1} ненулевые элементы базиса, построенного методом сдвига аргумента, не образуют кронекерову часть базиса. Более того, оказалось, что элементы кронекеровой части нельзя представить в виде линейных комбинаций следов степеней элементов $X - tA$ с коэффициентами в поле комплексных чисел.

Участие в конференциях и школах

24 – 31 июля 2019, Летняя математическая школа и конференция «Алгебра и геометрия», Ярославль.

31 июля – 7 августа 2019, Летняя математическая школа «Алгебра и теория чисел», Вороново.

26 – 30 августа 2019, Летняя школа «Visions of algebraic groups», Санкт-Петербург.

28 – 30 октября 2019, стендовый доклад на конференции «Algebraic transformation groups: the mathematical legacy of Domingo Luna», Рим.

Поданные в журнал работы

О каноническом базисе пары согласованных скобок Пуассона на алгебре матриц — подана в журнал, Мат. Сборник.

Педагогическая деятельность

В весеннем семестре преподавала на малом механико-математическом факультете. В осеннем семестре работала ассистентом в школе №1329.

Веду семинары по курсу «Алгебра-1» на механико-математическом факультете, принимаю коллоквиумы по алгебре.