

Отчет В.А. Петрова за 2018 год

1. Полученные результаты

В заявке на конкурс я писал о планах доказательства гипотезы Карпенко [3] о совпадении кольца Чжоу многообразия полных флагов для версального торсора и ассоциированного градуированного кольца относительно γ -фильтрации на K -теории. Однако, в работе [5] Ягита опроверг эту гипотезу для спинорных групп достаточно большого ранга (и доказал для случая односвязной группы типа E_7). Тем не менее, задача остается: описать p -кручение в группах Чжоу многообразия полных флагов для версального торсора. Мы совместно с Никитой Семеновым предлагаем новый метод, а именно, нами построен гомоморфизм групп из этого кручения в $\mathrm{Tor}_1^{\mathbb{L}/p}(\Omega^*(G)/p, \mathbb{Z}/p)$, где \mathbb{L} — кольцо Лазара, $\Omega^*(G)$ — кольцо кобордизмов (расщепимой) группы G . Подобные функторы Tor возникали и ранее при исследовании колец кобордизмов, см. [4]. Заметим, что из результатов работы [2] следует, что $\Omega^*(G)$ имеет комбинаторное описание, и для каждого типа G можно (по крайней мере теоретически) вычислить на компьютере $\Omega^*(G)/p$ и (поскольку резольвента тоже строится явно) этот функтор Tor .

Ядро описанного выше гомоморфизма тесно связано с ядром отображения из кольца кобордизмов многообразия полных флагов для версального торсора в кольцо кобордизмов многообразия полных флагов в расщепимой ситуации, которое гипотетически тривиально. Вычислением образа этого гомоморфизма я планирую заняться в следующем году.

Другая (тесно связанная) задача состоит в нахождении мотивного разложения “обобщенного мотива Роста” (т.е. некоторого прямого слагаемого в мотиве многообразия полных флагов) для произвольной ориентированной теории когомологий A^* . В случае теории кобордизмов ответ в сущности такой же, как для групп Чжоу, но, допустим, для K -теории обобщенный мотив Роста раскладывается в слагаемые, соответствующие степеням алгебры Титса (Панин и ранее Суон в ортогональном случае). Гипотеза состоит в том, что разложения в прямую сумму обобщенного мотива Роста биективно соответствуют разложениям $A^*(G)$ в прямую сумму как комодуля над собой. Для групп Чжоу, кобордизмов и связанной K -теории разложений нет из-за связности $A^*(G)$ в смысле алгебр Хопфа, а для K -теории, действительно, $K_0(G)$ раскладывается соответствующим образом (Меркурьев). В следующем году я планирую доказать эту гипотезу (возможно, при некоторых предположениях на A^*).

2. Опубликованные и поданные в печать работы

Опубликована статья в *Advances in Mathematics* в соавторстве с Александром Нешитовым, Никитой Семеновым и Кириллом Зайнуллиным [1].

3. Участие в конференциях и школах

Делал доклады на международных конференциях “Automorphic forms and algebraic geometry” (Санкт-Петербург, май 2018) и “Affine Algebraic Groups, Motives and Cohomological Invariants” (Банф, Канада, сентябрь 2018).

4. Работа в научных центрах и международных группах

Являюсь сотрудником лаборатории “Современная алгебра и приложения” под руководством Дипендры Прасада (“мегагрант”). В рамках работы лаборатории в ноябре-декабре 2018 года проводил исследования с Никитой Семеновым (Ludwig-Maximilian-Universität, Мюнхен).

5. Педагогическая деятельность (включая научное руководство)

Преподаю в Академической Гимназии при Санкт-Петербургском государственном университете (предметы “Геометрия” и “Математический анализ”), а также в бакалавриате “Математика” СПбГУ (курс “Алгебра” и семинар к курсу “Алгебраическая геометрия”).

Под моим руководством студент специалитета “Фундаментальная математика” СПбГУ Семенов Андрей Вячеславович защитил дипломную работу на тему “Явные разложения тензорного куба микровесового представления алгебры Ли типа E_6 ”; кроме того, студент бакалавриата “Математика” СПбГУ Сони́на Александра защитила курсовую работу.

Участвовал в проведении математической смены в центре для талантливых детей “Сириус” в январе 2018 года.

Список литературы

- [1] A. Neshitov, V. Petrov, N. Semenov, K. Zainoulline, *Motivic decompositions of twisted flag varieties and representations of Hecke-type algebras*, Adv. Math. **340** (2018), 791–818.
- [2] B. Calmés, V. Petrov, K. Zainoulline, *Invariants, torsion indices and oriented cohomology of complete flags*, Ann. Sci. Ecole Norm. Sup. **46** (2013), 405–448.
- [3] N. Karpenko, *Chow groups of some generically twisted flag varieties*, Ann. K-Theory **2** (2017), no. 2, 341–356.
- [4] P. Sechin, *On the structure of algebraic cobordisms*, arXiv:1712.03871
- [5] N. Yagita, *The Gamma filtrations for the Spin groups*, arXiv:1811.08288