

Отчет В.А. Петрова за 2020 год

1. Полученные результаты

В направлении поисков контрпримеров к гипотезе Карпенко (напомню, что речь в ней идет об оценке кручения в группах Чжоу скрученного многообразия полных флагов E/B для версального торсора E) я доказал наличие короткой точной последовательности

$$\mathrm{Ker}(\Omega^*(E/B) \rightarrow \Omega^*(G/B)) \rightarrow \mathrm{Ker}(\mathrm{CH}^*(E/B) \rightarrow \mathrm{CH}^*(G/B)) \rightarrow \mathrm{Tor}_1^{\mathbb{Z}}(\Omega^*(G/B)/\mathrm{Im}(\Omega^*(BT) \rightarrow \Omega^*(G/B)), \mathbb{Z}) \rightarrow 0$$

так что для построения контрпримера достаточно вычислить образ характеристического отображения $\Omega^*(BT) \rightarrow \Omega^*(G/B)$ и показать, что ранг соответствующего значения функтора Tor больше ожидаемого. Я планирую заняться этой задачей совместно со студентом магистратуры Егором Золотаревым для случая спинорных групп; определенные продвижения уже получены в его бакалаврской дипломной работе.

В направлении исследования геометрии симметрических пространств пока что проделана подготовительная работа. В результате появилось описание любой присоединенной абсолютно простой алгебраической группы как группы автоморфизмов некоторого эндоморфизма ее алгебры Титса (как векторного пространства), что может рассматриваться как обобщение построения классических групп как групп автоморфизмов алгебры с инволюцией. Этот результат опубликован в работе [2].

2. Опубликованные и поданные в печать работы

Опубликована работа [2] совместно с Андреем Семеновым в *J. Algebra* и принята в *Compositio Math.* работа [1], совместная с Никитой Семеновым.

3. Участие в конференциях и школах

Делал доклад на семинаре *Motivische algebraische Topologie* в Университете Людвиг–Максимилиана (Мюнхен, Германия) и онлайн-доклад на семинаре *Quadratic forms, Linear algebraic groups and Beyond*.

4. Работа в научных центрах и международных группах

Являюсь сотрудником лаборатории “Современная алгебра и приложения” под руководством Дипендры Прасада (“мегагрант”).

5. Педагогическая деятельность (включая научное руководство)

Преподавал в Академической Гимназии при Санкт-Петербургском государственном университете (“Математический анализ” и спецкурс “Избранные главы современной математики”).

Преподаю в бакалавриате “Математика” СПбГУ (курс “Алгебра-1”) и магистратуре “Современная математика” СПбГУ (спецкурсы “Reductive groups” и “Intersection theory” на английском языке).

Под моим руководством защитили дипломные работы студенты бакалавриата “Математика” СПбГУ Золотарев Егор (тема “Алгебраические кобордизмы специальной ортогональной группы”) и Сонина Александра (тема “Многообразия Горески–Коттвица–Макферсона и кольцо Чжоу симметрического пространства E_6/F_4 ”).

Читал миникурс “Проективная геометрия” в рамках Предновогодней школы МНМЦ СПбГУ.

6. Итоги трех лет

В исходной заявке я планировал доказать гипотезу Карпенко о кручении в группах Чжоу скрученных многообразий полных флагов, однако позже Ягита нашел к ней контрпримеры. Доказательство Ягиты довольно сложное и опирается на вычисление когомологий Брауна–Петерсона. Мне удалось найти более простой подход, который позволяет строить контрпримеры (упомянутая в пункте 1 точная последовательность), и я надеюсь исследовать пока еще неизвестные случаи Spin_{13} и Spin_{15} .

Совместно с Никитой Семеновым удалось создать новый мощный метод подсчета возможных мотивных разложений проективных однородных многообразий, а именно, построить функтор реализации в категорию комодулей над некоторой алгеброй Хопфа, ассоциированной с торсором (“J-инвариант”). Этот метод уже успешно применен в диссертации Алекса Хенке для исследования групп типа E_7 .

Совместно с Андреем Семеновым удалось доказать упомянутый в пункте 1 результат про реализацию простых алгебраических групп. Это исходный пункт для дальнейшего исследования симметрических пространств над произвольным полем.

Список литературы

- [1] V. Petrov, N. Semenov, *Hopf theoretic approach to motives of twisted flag varieties*, accepted in Compositio Math.
- [2] V. Petrov, A. Semenov, *Adjoint algebraic groups as automorphism groups of a projector on a central simple algebra*, J. Algebra **560** (2020), 574–578.