

## Рациональные точки эллиптических кривых.

Модулярная группа  $SL_2(\mathbf{Z})$  и её подгруппы. Модулярные формы целого веса. Параболические вершины. Параболические формы. Ряды Эйзенштейна. Преобразование Меллина.

Конгруэнц-подгруппы  $SL_2(\mathbf{Z})$ . Модулярные кривые как многообразия модулей. Операторы Гекке. Характеры. Модулярные формы высшего уровня. Скалярное произведение Петерссона.  $L$ -ряды. Эйлерово произведение. Функциональное уравнение.

Модулярные формы веса 2. Эллиптические кривые и униформизация Вейля. Периоды. Модулярные символы. Примитивные формы. Однократность спектра. Теорема Манина-Дринфелда.

Краткое введение в общую теорию когомологий. Абелевы категории. Производные категории и производные функторы. Топологии Гротендика. Пучки. Композиция функторов, спектральная последовательность. Когомологии Галуа, этальные и плоские когомологии. Когомологии коммутативных групповых схем.

Модель Нерона эллиптической кривой. Алгоритм вычисления модели Нерона.  $\zeta$ -функция Хассе-Вейля и канонический  $L$ -ряд эллиптической кривой. Группа Шафаревича-Тэйта. Формулировка гипотезы Бёрча и Суиннертона-Дайера.

Кручение эллиптических кривых над глобальными полями. Точки конечного порядка эллиптических кривых над  $\mathbf{Q}$ . Равномерная ограниченность кручения эллиптических кривых над числовым полем.

Арифметическая поверхность. Теория пересечения. Функция Грина. Высота точки на эллиптической кривой как индекс пересечения на арифметической поверхности.

Точки Хегнера на модулярных кривых и на эллиптических кривых Вейля. Вычисление канонической высоты. Теорема Гросса - Загира.

Эллиптические кривые, обладающие нетривиальной точкой Хегнера. Конечность группы  $III(E, \mathbf{Q})$ . Условия конечности  $E(\mathbf{Q})$ .