

ПРОГРАММА КУРСА

Материал не всегда будет рассказываться в том порядке, в котором он приведен здесь. Вопросы, отмеченные звездочкой, войдут в курс, если хватит времени.

1) Гладкие многообразия и отображения.

Многообразия, подмногообразия, гладкие отображения и теорема о неявной функции. Паракомпактность и теорема о разбиении единицы. Следствия (группа диффеоморфизмов действует транзитивно на конечных наборах точек, касательное расслоение изоморфно кокасательному и др.)

2) Касательное расслоение.

Лемма Адамара, эквивалентность различных определений касательного расслоения и производной гладкого отображения. Существование и единственность решения дифференциального уравнения. Коммутатор векторных полей; коммутирующие поля соответствуют коммутирующим потокам. Ориентируемость многообразия.

3) Расслоения.

Расслоения с заданной структурной группой. Основные операции над расслоениями (прямая сумма, тензорное/симметрическое произведение, обратный образ). *Классифицирующее пространство для векторных расслоений.

4) Трансверсальность.

Теорема Тома (формулировка, *доказательство и приложения). Существование функции Морса на любом многообразии. Простейшие теоремы теории особенностей: лемма Морса, классификация особых точек векторных полей и др.

5) Дифференциальные формы.

Комплекс де Рама, обратный образ формы, лемма Пуанкаре. Интегрирование форм, теорема Стокса. Действие векторных полей на произвольные тензорные поля, $\iota_X d + d\iota_X = L_X$.

6) *Теорема Фробениуса.