

Независимый Московский Университет, весна 2017

АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ КРИВЫЕ

Программа спецкурса

0. Краткое историческое введение

- 0.0. Алгебраические кривые в древности
- 0.1. Спуск Ферма
- 0.2. Ньютон и кубические кривые
- 0.3. Эйлер и эллиптические интегралы
- 0.4. Гаусс и алгебро-геометрическое среднее
- 0.5. Теоремы сложения Абеля-Якоби
- 0.6. Риман и пространства модулей кривых
- 0.7. Итальянская алгебраическая геометрия
- 0.8. Абстрактные алгебраические многообразия по А. Вейлю
- 0.9. Пространства модулей по Делиню-Мамфорду
- 0.10. Неунирациональность пространств модулей (Харрис-Мамфорд)

1. Необходимые алгебро-геометрические понятия

- 1.0. "Основное" поле и его расширения; степень трансцендентности
- 1.1. (Пред)схемы Гротендика
- 1.2. Проективные многообразия: неприводимость, размерность
- 1.3. Функциональные поля и их модели
- 1.4. Грассманианы; степень проективного многообразия
- 1.5. Нормальность и гладкость проективного многообразия
- 1.6. Произведения проективных многообразий
- 1.7. Соответствия и морфизмы
- 1.8. Бирациональные изоморфизмы
- 1.9. Линейные расслоения и дивизоры; обильность
- 1.10. Канонический класс; кодаировская размерность
- 1.11. Многообразия Фано и многообразия общего типа

2. Основы алгебраической геометрии кривых

- 2.0. (Пред)схемы Гротендика крулевской размерности один
- 2.1. Кривые и их проективные погружения

- 2.2. Нормализация и разрешение особенностей кривых
- 2.3. Линейные расслоения над кривыми; группа Пикара
- 2.4. Дивизоры и пространства Римана-Роха
- 2.5. Пучки на кривых и когомологии
- 2.6. Род кривой
- 2.7. Дифференциалы и вычеты
- 2.8. Распределения; двойственность Серра
- 2.9. Теорема Римана-Роха
- 2.10. Род полного пересечения
- 2.11. Разветвлённые накрытия прямой; формула Римана-Гурвица

3. Общие и специальные кривые

- 3.0. Рациональные кривые
- 3.1. Плоские кубики и пересечения двух квадрик в \mathbf{P}_3
- 3.2. Гладкие плоские кватрики
- 3.3. Гиперэллиптические кривые
- 3.4. Квинтики в \mathbf{P}_3 и особые кватрики
- 3.5. Пересечения квадрики и кубики в \mathbf{P}_3
- 3.6. Пересечения трёх квадрик в \mathbf{P}_4
- 3.7. Канонические кривые
- 3.8. Теорема Петри
- 3.9. Пересечения четырёх квадрик в \mathbf{P}_5
- 3.10. Плоские кривые; многообразия Севери
- 3.11. Кривые со многими автоморфизмами
- 3.12. Кривые Ферма, Клейна, Бринга, ...
- 3.13. Пары Белого

4. О некоторых современных исследованиях

- 4.0. Пространства модулей
- 4.1. Эффективный Морделл
- 4.2. Периоды и проблема Шоттки
- 4.3. Подсчёт кривых над конечными полями
- 4.4. Теория Виттена – Концевича – ...

Г.Б. Шабат