

Притворяющаяся мультипликативная теория чисел

Аннотация: Притворяющаяся мультипликативная теория чисел – раздел аналитической теории чисел, основанный на том, что многие содержательные ситуации теории чисел могут быть описаны в терминах сходства двух различных мультипликативных функций. Например, потенциальное существование нулей Зигеля указывает на близость между некоторыми квадратичными характерами и функцией Лиувилля. Данный курс посвящён изложению основ притворяющейся теории чисел, а также наиболее интересных её приложений, начиная с теорем о суммах характеров и заканчивая недавним доказательством гипотезы Эрдёша о расходимости.

Программа:

1. Мультипликативные функции, свёртки Дирихле, ряды Дирихле. Распределение простых чисел, дзета-функция Римана. Характеры Дирихле, L -функции и простые числа в арифметических прогрессиях.
2. Начала притворяющейся мультипликативной теории чисел: средние значения ограниченных мультипликативных функций, расстояние Грэнвилля-Саундарараджана, теоремы Халаса, Деланжа и Вирзинга.
3. Большие значения сумм характеров, неравенство Пойа-Виноградова и его улучшения, аддитивные задачи с мультипликативными функциями.
4. Короткие суммы мультипликативных функций, корреляции сдвигов мультипликативных функций и гипотеза Чоулы.
5. Гипотеза Эрдёша о расходимости.

Pretentious multiplicative number theory

Abstract: Pretentious multiplicative number theory is an area of analytic number theory based on the fact that many interesting situations in number theory can be described in terms of similarity between two different multiplicative functions. For example, potential existence of Siegel zeros indicates that certain quadratic characters are close to the Liouville function. This course is devoted to the presentation of basics of pretentious number theory and its most noteworthy applications, from theorems on character sums to the recent proof of Erdős discrepancy problem.

Program:

1. Multiplicative functions, Dirichlet convolutions, Dirichlet series. Distribution of primes, Riemann zeta-function. Dirichlet characters, L -functions and primes in arithmetic progressions.

2. Basics of pretentious multiplicative number theory: averages of bounded multiplicative functions, Granville-Soundararajan distance, theorems of Halász, Delange and Wirsing.
3. Large values of character sums, Pólya-Vinogradov inequality and its improvements, additive problems with multiplicative functions.
4. Short sums of multiplicative functions, correlations of shifts of multiplicative functions and Chowla conjecture.
5. Erdős discrepancy problem.